* <u>Théorème</u> : (formule du second degré)

$ax^2+bx+c=0$ et $x\in\mathbb{R}$
$(a\neq 0)$

$\Leftrightarrow x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$

$\Leftrightarrow \left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}\right)+\frac{c}{a}-\frac{b^2}{4a^2}=0$

$\Leftrightarrow \left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a^2}=0$

$\Leftrightarrow \Delta=b^2-4ac$ et

$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{\Delta}{4a^2}=0$

$\Leftrightarrow \Delta=0$ et $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=0$

et $x\in\left\{\frac{-b}{2a}\right\}$

ou

$\Delta<0$ et $\underbrace{\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2}_{\geqslant 0}+\underbrace{\frac{-\Delta}{4a^2}}_{>0}=0$ et $x\in\emptyset$

ou

$\Delta>0$ et $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\left(\sqrt{\frac{\Delta}{4a^2}}\right)^2=0$

et $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{\Delta}}{2a}\right)^2=0$

et $\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)-\frac{\sqrt{\Delta}}{2a}\right]\cdot\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)+\frac{\sqrt{\Delta}}{2a}\right]=0$

$3x^2-5x-4=0$

$\Leftrightarrow x^2-\frac{5}{3}x-\frac{4}{3}=0$

$\Leftrightarrow \left(x^2-\frac{5}{3}x+\frac{25}{36}\right)-\frac{4}{3}-\frac{25}{36}=0$

$\Leftrightarrow \left(x-\frac{5}{6}\right)^2-\frac{73}{36}=0$

$\Leftrightarrow \left(x-\frac{5}{6}\right)^2-\left(\sqrt{\frac{73}{36}}\right)^2=0$

$\Leftrightarrow \left[\left(x-\frac{5}{6}\right)-\frac{\sqrt{73}}{6}\right]\cdot\left[\left(x-\frac{5}{6}\right)+\frac{\sqrt{73}}{6}\right]=0$

$\Leftrightarrow x=\frac{5+\sqrt{73}}{6}$ ou $x=\frac{5-\sqrt{73}}{6}$

$\Leftrightarrow x\in\left\{\frac{5+\sqrt{73}}{6};\frac{5-\sqrt{73}}{6}\right\}$

THEOREME 2 Pour l'application f, avec $f(x) = ax^2 + bx + c$ et $a \neq 0$

a) si $\Delta = b^2 - 4ac = 0$, alors $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{b}{2a}$

b) si $\Delta = b^2 - 4ac > 0$, alors $f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ \text{ou} \\ x = \dfrac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{cases}$

c) si $\Delta = b^2 - 4ac < 0$, alors $f(x) = 0 \Leftrightarrow x \in \varnothing$