

On travaille avec le script des vecteurs  
au §6 en page 18

## Chapitre 6 : Pythagore

... en route vers ... le théorème de Pythagore

en suivant les étapes suivantes :

- 1) Les homothéties :
  - définition 18
  - théorèmes : 18-19-20-21
- 2) Les similitudes : définition 19
- 3) Le théorème 23

## 6 Homothétie et similitude

**Définition 18** On appelle **homothétie** de centre  $A$  et de rapport  $r$  ( $r \neq 0$ ) l'application

$$\mathcal{H}_{(A,r)}: P \rightarrow P$$

$$M \mapsto M' = \mathcal{H}_{(A,r)}(M) \quad \text{et} \quad \vec{AM'} = r \cdot \vec{AM}$$

Exemples: 1)  $r=1$ :  $\mathcal{H}_{(A,1)}: P \rightarrow P$   
 $M \mapsto M'$

$$\text{On a: } \vec{AM'} = 1 \cdot \vec{AM} = \vec{AM}$$

$$\Leftrightarrow M' = M$$

$$\text{donc, } \forall M \in P, \mathcal{H}_{(A,1)}(M) = M$$

$$\text{donc } \mathcal{H}_{(A,1)} = \text{id}_P$$

2)  $r=-1$ :  $\vec{AM'} = (-1)\vec{AM} \Leftrightarrow \vec{AM'} = -\vec{AM}$

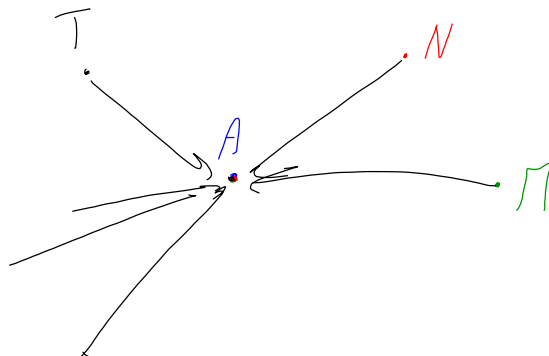
$$\Leftrightarrow \vec{AM'} = \vec{MA} \Leftrightarrow A \text{ milieu de } [M, M']$$

$$\text{donc } \mathcal{H}_{(A,-1)} = \mathcal{S}_A$$

3)  ~~$r=0$~~ :  $\vec{AM'} = 0 \cdot \vec{AM} = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow M' = A$$

$$\text{donc } \mathcal{H}_{(A,0)} = \dots \text{ application constante}$$

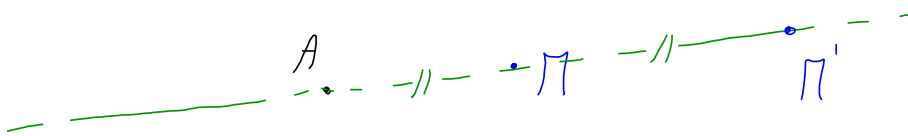


$$\overrightarrow{A\pi'} = \mathcal{R} \cdot \overrightarrow{A\pi}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \pi' \in (A\pi) \\ \pi' \stackrel{et}{\in} ]A, \pi) \text{ et } \mathcal{R} > 0 \text{ ou } \pi' \notin ]A, \pi) \text{ et } \mathcal{R} < 0 \\ \pi' \stackrel{et}{=} A\pi' = |\mathcal{R}| \cdot A\pi \end{cases}$$

$$4) \quad n=2 : \quad \mathcal{H}_{(A,2)}(\Pi) = \Pi'$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AP'} = 2 \cdot \overrightarrow{AP} \Leftrightarrow \begin{cases} \Pi' \in (AP) \\ \text{et} \\ \Pi' \in [A, \Pi) \\ \text{et} \\ AP' = 2AP \end{cases}$$



$$\Leftrightarrow P \text{ milieu de } [A, \Pi']$$