

Examen de mathématique – factice

(Systèmes)

1) Résoudre **sans la méthode de Cramer** le système suivant :

14
7 a)
$$\begin{cases} \frac{2x-4}{3} - \frac{y-1}{2} = \frac{-7}{6} \\ \frac{x-y}{2} - \frac{9-4y}{15} = \frac{2x-1}{5} \end{cases}$$
7 b)
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{2}{y-1} = 10 \\ \frac{5}{x} - \frac{4}{y-1} = 20 \end{cases}$$

2) Résoudre les systèmes d'équations suivants avec la méthode de Cramer :

10
5 a)
$$\begin{cases} 5x + 3y = 11 \\ -7x + 4y = 4 \end{cases}$$
5 b)
$$\begin{cases} 12x + 11y = 6 \\ -2x + 3y = 28 \end{cases}$$

3) Résoudre et discuter les systèmes d'équations paramétriques suivants :
(utiliser la méthode de Cramer)

22
10 a)
$$\begin{cases} mx + 2y = 4 \\ mx + (m+1)y = m+3 \end{cases}$$
12 b)
$$\begin{cases} x + 3y = a \\ bx + 6y = 4 \end{cases}$$

 46 pts

$$1a) \begin{cases} \frac{2x-4}{3} - \frac{y-1}{2} = \frac{-7}{6} \\ \frac{x-y}{2} - \frac{9-4y}{15} = \frac{2x-1}{5} \end{cases} \quad \text{et } (x,y) \in \mathbb{R}^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x-8-3y+3 = -7 \\ 15x-15y-18+8y = 12x-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x-3y = -2 \\ 3x-7y = 12 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3y-2}{4} \\ x = \frac{12+7y}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3y-2}{4} = \frac{12+7y}{3} & \text{et } y = \frac{-54}{19} \\ x = \frac{12+7 \cdot \frac{-54}{19}}{3} = \frac{-50}{19} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} * \quad \frac{3y-2}{4} &= \frac{12+7y}{3} \\ \Leftrightarrow 9y-6 &= 48+28y \\ \Leftrightarrow 19y &= -54 \\ \Leftrightarrow y &= \frac{-54}{19} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ** \quad \frac{12+7 \cdot \frac{-54}{19}}{3} &= \frac{\frac{228-378}{19}}{3} \\ &= \frac{-150}{19 \cdot 3} = \frac{-50}{19} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow (x,y) \in \left\{ \left(\frac{-50}{19} ; \frac{-54}{19} \right) \right\}$$

7

$$3) a) \begin{cases} mx + 2y = 4 \\ mx + (m+1)y = m+3 \end{cases} \text{ et } (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} D = \begin{vmatrix} m & 2 \\ m & m+1 \end{vmatrix} = m^2 + m - 2m = m^2 - m = m(m-1) \\ \text{et } D_x = \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ m+3 & m+1 \end{vmatrix} = 4m + 4 - 2m - 6 = 2m - 2 = 2(m-1) \\ \text{et } D_y = \begin{vmatrix} m & 4 \\ m & m+3 \end{vmatrix} = m^2 + 3m - 4m = m^2 - m = m(m-1) \end{cases}$$

$$\text{et } m=0 \text{ et } D=0 \text{ et } D_x = -2 \neq 0 \text{ et } D_y = 0 \text{ et } \begin{cases} 0x + 2y = 4 \\ 0x + y = 3 \end{cases}$$

$$\text{et } (x, y) \in \emptyset$$

$$\text{ou } m=1 \text{ et } D=0 = D_x = D_y \text{ et } \begin{cases} x + 2y = 4 \\ (x + 2y = 4) \end{cases}$$

$$\text{et } (x, y) \in \{(4-2k, k) \mid k \in \mathbb{R}\}$$

$$\text{ou } m \notin \{0, 1\} \text{ et } (x, y) \in \left\{ \left(\frac{2}{m-1}, 1 \right) \right\}$$

10

$$3b) \begin{cases} x + 3y = a \\ 6x + 6y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} D = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 6 & 6 \end{vmatrix} = 6 - 18 = -12 \\ D_x = \begin{vmatrix} a & 3 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} = 6a - 12 = 6(a-2) \\ D_y = \begin{vmatrix} 1 & a \\ 6 & 4 \end{vmatrix} = 4 - 6a \end{cases}$$

$$\text{et } (x, y) \in \mathbb{R}^2$$

$$\text{et } b \neq 2 \text{ et } (x, y) \in \left\{ \left(\frac{a-2}{2}, \frac{4-6a}{12} \right) \right\}$$

$$\text{ou } b=2 \text{ et } D=0 \text{ et } D_x = 6(a-2) \text{ et } D_y = 4-6a = 2(2-a)$$

$$\text{et } \begin{cases} a=2 \text{ et } D=D_x=D_y=0 \text{ et } \begin{cases} x+3y=2 \\ 2x+6y=4 \end{cases} \text{ et } (x, y) \in \{(2-3k, k) \mid k \in \mathbb{R}\} \\ \text{ou } a \neq 2 \text{ et } D=0 \text{ et } D_x \neq 0 \text{ et } D_y \neq 0 \text{ et } (x, y) \in \emptyset \end{cases}$$

12