

- 4) Un piédestal surmonté d'une statue s'élève au bord d'une rivière. Le piédestal a pour hauteur 12,5 [m] et la statue 15,2 [m]. Un observateur sur l'autre rive de la rivière, en face de la statue, voit sous un même angle la statue et le piédestal (on supposera que l'œil de l'observateur est au niveau du pied de piédestal). Quelle est la largeur de la rivière ?

4) Données :

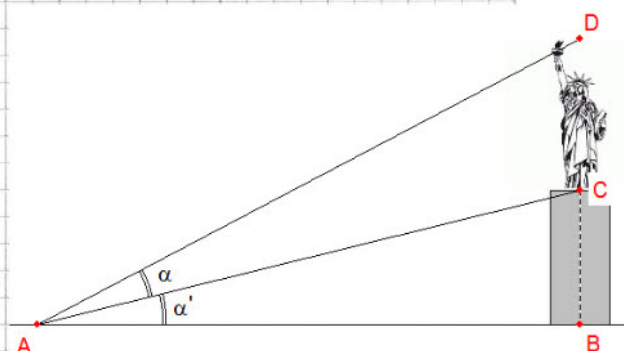
* hauteur piédestal : $a_1 = BC = 12,5 \text{ [m]}$

* hauteur statue : $a_2 = CD = 15,2 \text{ [m]}$

* $\angle \alpha = \angle CAD$ et $\alpha = \alpha'$
 $\angle \alpha' = \angle BAC$

* Calculer $x = AB$

Résolution :



* ds le triangle $\triangle ABC$,
rectangle en B : $\tan(\alpha') = \frac{BC}{AB} = \frac{a_1}{x}$

* ds le triangle $\triangle ABD$,
rectangle en B : $\tan(\alpha + \alpha') = \frac{BD}{AB} = \frac{a_1 + a_2}{x}$
or $\alpha = \alpha'$: $= \tan(2\alpha') = \frac{2 \tan(\alpha')}{1 - \tan^2(\alpha')}$

donc $\frac{a_1 + a_2}{x} = \frac{2 \cdot \frac{a_1}{x}}{1 - \left(\frac{a_1}{x}\right)^2} \Leftrightarrow \frac{a_1 + a_2}{x} = \frac{\frac{2a_1}{x}}{\frac{x^2 - a_1^2}{x^2}}$

$\Leftrightarrow \frac{a_1 + a_2}{x} = \frac{2a_1 x}{x^2 - a_1^2} \Leftrightarrow (a_1 + a_2)x^2 - (a_1 + a_2) \cdot a_1^2 = 2a_1 x^2$

$\Leftrightarrow (a_1 + a_2 - 2a_1)x^2 = (a_1 + a_2) \cdot a_1^2$

$\Leftrightarrow (a_2 - a_1)x^2 = (a_1 + a_2) \cdot a_1^2$

$\Leftrightarrow x^2 = \frac{a_1 + a_2}{a_2 - a_1} \cdot a_1^2 \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{a_2 + a_1}{a_2 - a_1}} \cdot a_1$

- a.m. : $x = \sqrt{\frac{15,2 + 12,5}{15,2 - 12,5}} \cdot 12,5 \cong 40,04 [m]$