Chapitre 6 : Pythagore cours n°4

... en route vers... le théorème de Pythagore

en suivant les étapes suivantes :

→ 3) Le théorème 2 3

Définition 5 On appelle **angle** une classe d'équivalence selon la relation $\mathcal{R}$ définie dans l'ensemble des secteurs.

Notation: $[BAC] \in \measuredangle BAC$ ou $\measuredangle BAC = \measuredangle \alpha$

Remarques

1 Si l'on doit distinguer $[BAC]^s \in \measuredangle BAC$ et $[BAC]^r \in \measuredangle BAC$, on dira l'angle saillant $\measuredangle BAC$ respectivement l'angle rentrant $\measuredangle BAC$.

2 La classe $\{ [A,B), [C,D), \ldots \} = \measuredangle \omega$ s'appelle **angle nul**.

3 La classe $\{ \overline{\mathbb{P}_{1\ A}}, \overline{\mathbb{P}_{2\ D}}, \overline{\mathbb{P}_{1\ B}}, \ldots \} = \measuredangle p$ s'appelle **angle plat**.

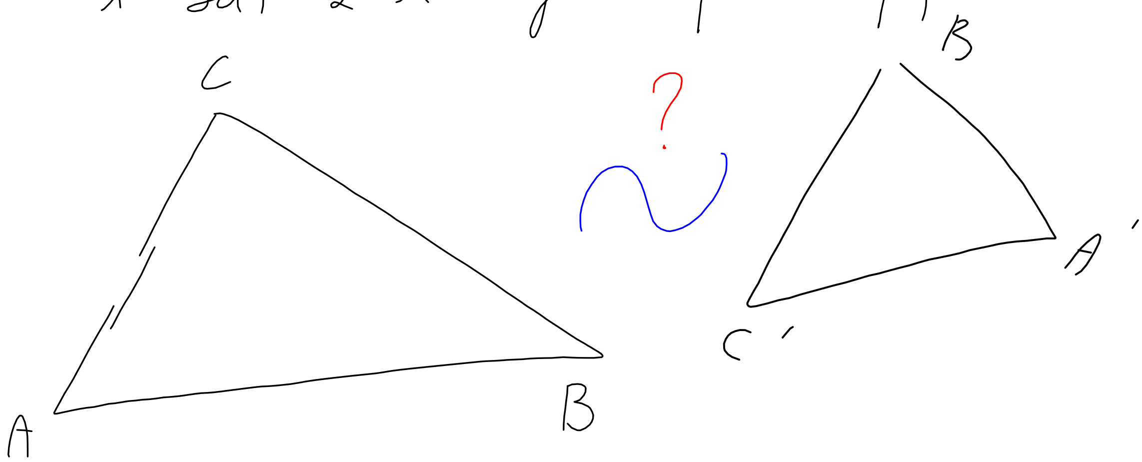
4 La classe $\{ \mathbf{P}_{[A,B)}, \mathbf{P}_{[C,D)}, \ldots \} = \measuredangle t$ s'appelle **angle tour**.

* Le théorème 23 :

* Notation : $\mathcal{F}_1$ et $\mathcal{F}_2$ sont figures semblables

$\Longleftrightarrow \mathcal{F}_1 \sim \mathcal{F}_2$

* Soit 2 triangles quelconque :



THEOREME 23 (1) Deux triangles qui ont deux ~~secteurs~~ angles respectivement ~~isométriques~~ égaux sont semblables.

AAA

(2) Deux triangles qui ont un ~~secteur isométrique~~ angle égal dont les frontières portent des côtés de longueurs respectivement proportionnelles sont semblables.

CAC

(3) Deux triangles qui ont leurs trois côtés de longueurs respectivement proportionnelles sont semblables.

CCC

* Applications du thm 23

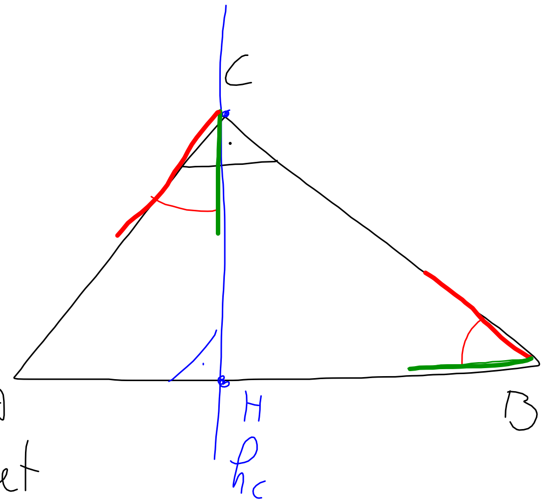
Théorème : Soit un triangle ΔABC

(H) rectangle en C

et la hauteur h_C

issue du sommet C

et $H \in h_C \cap (AB)$



(T) les triangles ΔABC et ΔAHC et ΔCHB sont semblables 2 à 2

(D) Soit à démontrer : $\Delta ABC \sim \Delta AHC$

avec l'un des critères du thm 23 :

AAA : ces 2 triangles ont deux angles égaux :

1) $\sphericalangle BCA = \sphericalangle AHC$ par (H)

par (H)

2) $\sphericalangle ABC = \sphericalangle HCA$ car $(AB) \perp (HC)$

$(BC) \perp (AC)$

par (H)

* de même :

$\Delta ABC \sim \Delta HBC$ ...

et donc $\Delta AHC \sim \Delta HBC$

car la relation "$\sim$" est une relation d'équivalence. cqfd

Conséquence : notations :

Soit : $AB = c$

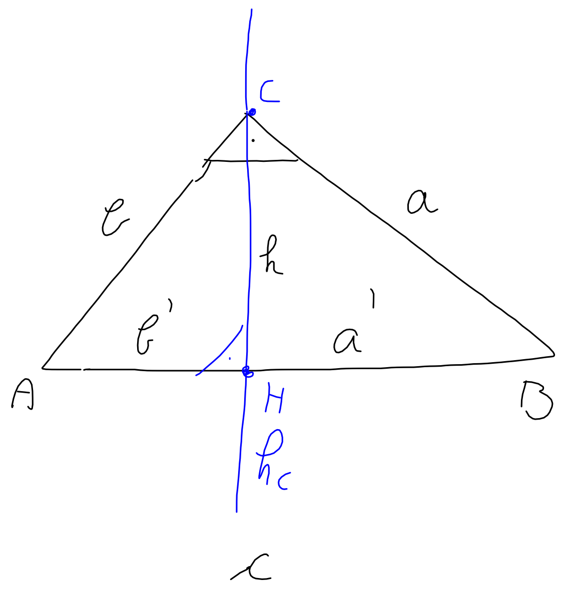
$AC = b$

$BC = a$

$CH = h$

$AH = b'$

$HB = a'$



Ainsi : $\triangle ABC \sim \triangle AHC$ (par le critère AAA)

donc on peut leur appliquer le critère CCC :

$$\left(\frac{a}{h} = \right) \frac{b}{b'} = \frac{c}{b} \quad \left(\frac{\triangle ABC}{\triangle AHC}\right)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{b^2 = b' \cdot c}$$

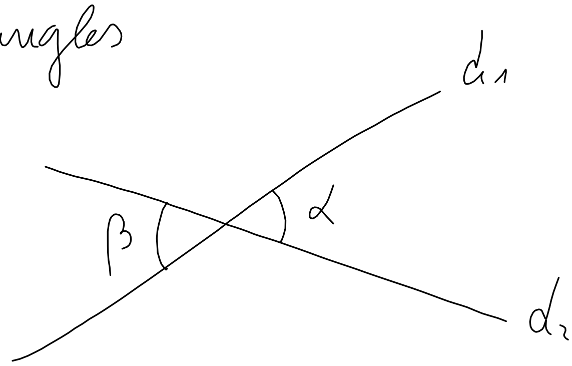
en utilisant : $\triangle ABC \sim \triangle CHB$ on aura

$$\boxed{a^2 = a' \cdot c}$$

en français : ...

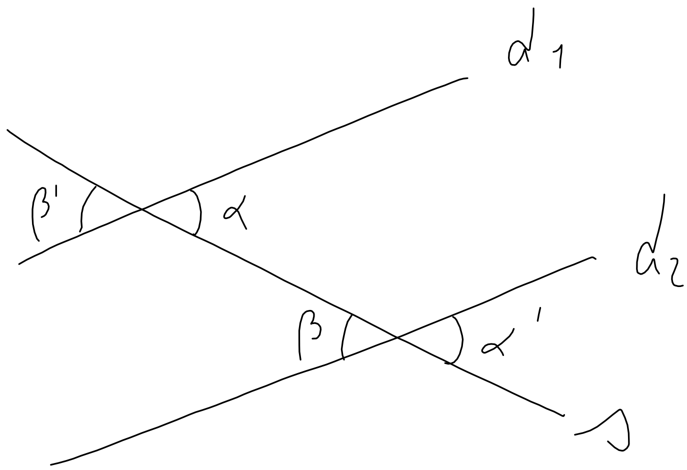
C'est le théorème d'Euclide.

Critère d'égalité des angles



1) opposés par le sommet

$\sphericalangle \alpha = \sphericalangle \beta$



2) $\sphericalangle \alpha = \sphericalangle \beta$

(alternes-internes)

ou

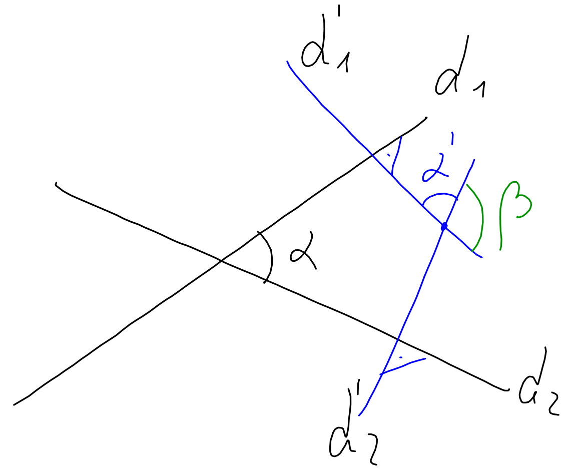
$\sphericalangle \alpha = \sphericalangle \alpha'$

(angles correspondants)

ou

$\sphericalangle \alpha' = \sphericalangle \beta'$

(alternes-externes)



3) $\sphericalangle \alpha = \sphericalangle \alpha'$

car leurs côtés sont 2 à 2 perpendiculaires.

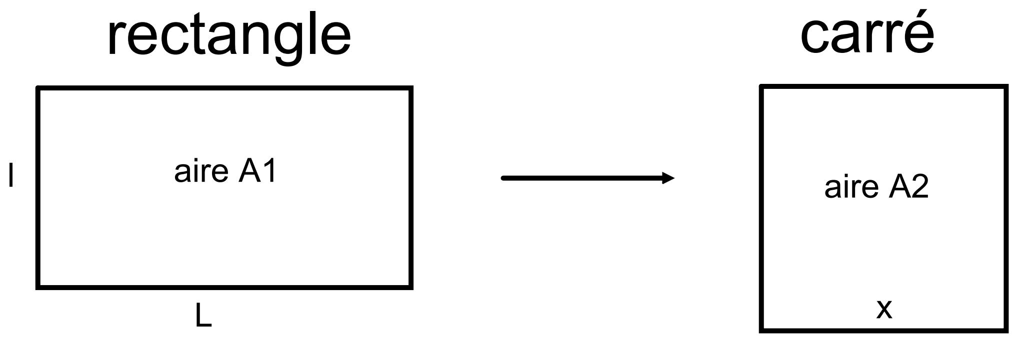
⚠ à la réciproque : si 2 angles ont leurs côtés 2 à 2 perpendiculaires, alors ces angles sont égaux ou supplémentaires

(rem : .... complémentaires ...
supplémentaires ...)

$$\boxed{a^2 = a' \cdot c}$$

a est moyenne géométrique de a' et de c

explication : c'est l'histoire d'un rectangle...



avec A1 = A2

$x^2 = L.l$

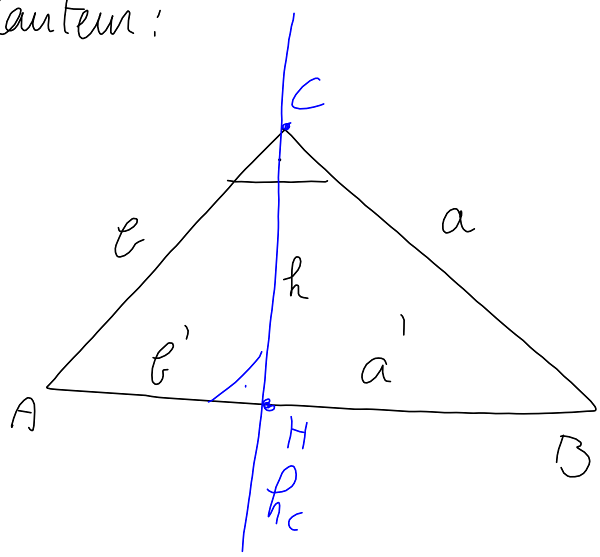
Le théorème de la hauteur :

en français : ...

(H) cf plus haut

(T) $h^2 = a' \cdot b'$

(D)



à vous de le démontrer pour demain...