

Chapitre 6 : Pythagore

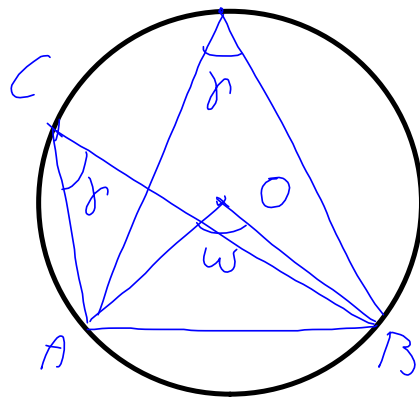
cours n°8

lundi 6 avril 2020

théorèmes connexes

le théorème de l'angle inscrit :

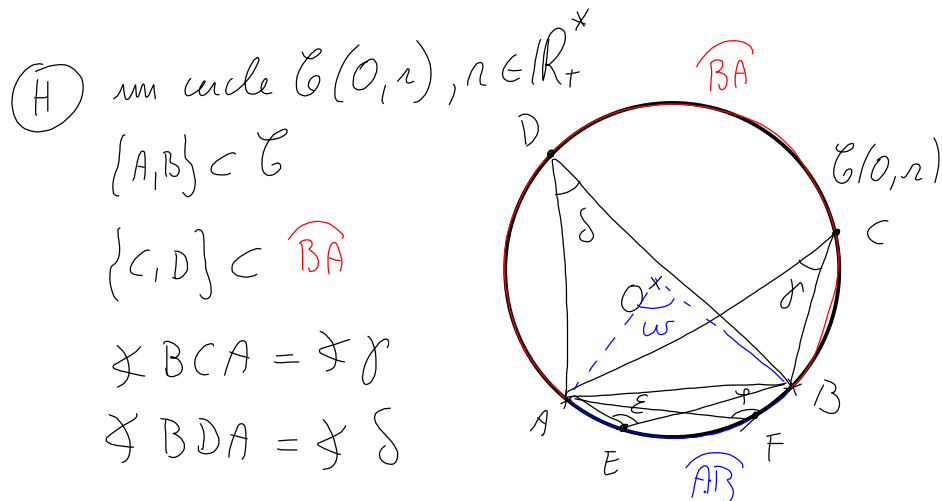
Dans un cercle, la mesure de l'angle inscrit est la moitié de celle de l'angle au centre si ces deux angles "regardent" la même corde.



$$y = \frac{1}{2} w$$

$$\Leftrightarrow 2y = w$$

Le théorème des arcs capables
et le théorème de l'angle inscrit



remarques : ① la mesure d'un angle :

$$\mu_\alpha(\angle S) = S \quad (S \in [0, 360^\circ])$$

② soit $\{E, F\} \subset \widehat{AB}$

$$\angle AEB = \angle \epsilon$$

$$\angle AFB = \angle \varphi$$

③ $S = \gamma$ (de même : $\epsilon = \varphi$)

④ On va distinguer 3 cas de figure :

Cas ① Soit la corde $[B, D] \ni O$ ($[B, D]$ est un diamètre)

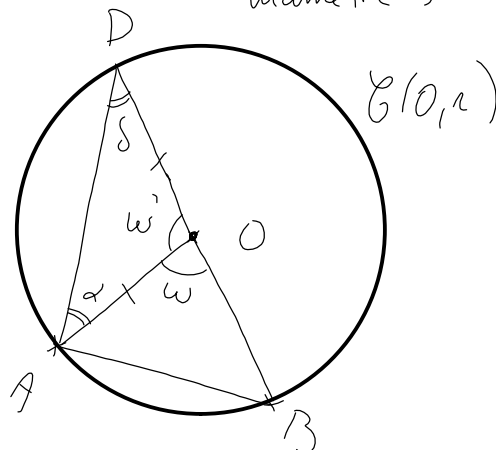
$$\text{soit } \angle BOA = \angle \omega$$

$$\angle DAO = \angle \alpha$$

$$\angle AOD = \angle \omega'$$

On a le triangle $\triangle AOD$
 isocèle (car $OA = OD = r$)

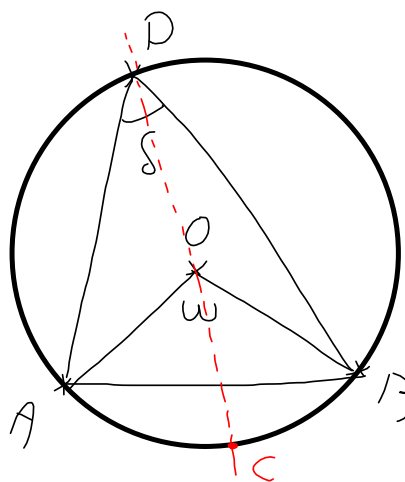
$$\text{donc } \alpha = S \quad \textcircled{1}$$



$$\text{On a (thus): } \left. \begin{array}{l} \alpha + \delta + w' = 180^\circ \\ \text{et } w + w' = 180^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\left. \begin{array}{l} w = \alpha + \delta \\ \text{or } \alpha = \delta \text{ (1)} \end{array} \right\} \Rightarrow w = 2\delta$$

cas (2) : Soit $\{B, D\} \subset \mathcal{C}$
 tel que (cf figure)
 à prouver : $w = 2s$

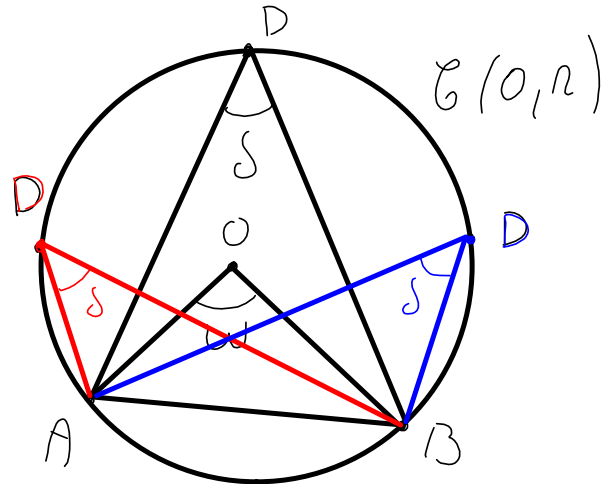


On a ainsi démontré le résultat :

$$\omega = 2\delta \quad \text{si}$$

$$\angle \omega = \angle BOA$$

$$\angle \delta = \angle BDA$$



d'où la (T) du théorème :

soit $\angle \omega = \angle BOA$

$$\text{On a : } \omega = 2\delta \quad \Rightarrow \quad \delta = \gamma$$

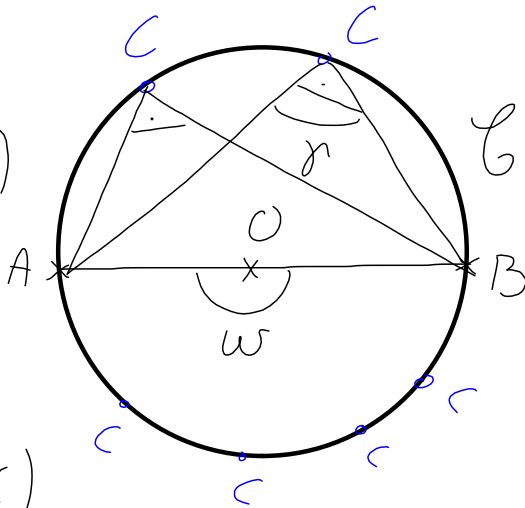
cqd

Ainsi, avec le lemme inscrit, le théorème des arcs capables est démontré, en effet :

$$S = \frac{1}{2}w \quad \text{et} \quad r = \frac{1}{2}w \quad \text{donc} \quad S = r \quad \text{q.e.d.}$$

Corollaire :

Soit un cercle $\mathcal{C}(O, r)$
 et un diamètre $[A, B]$ et $C \in \mathcal{C}$
 alors $(AC) \perp (BC)$



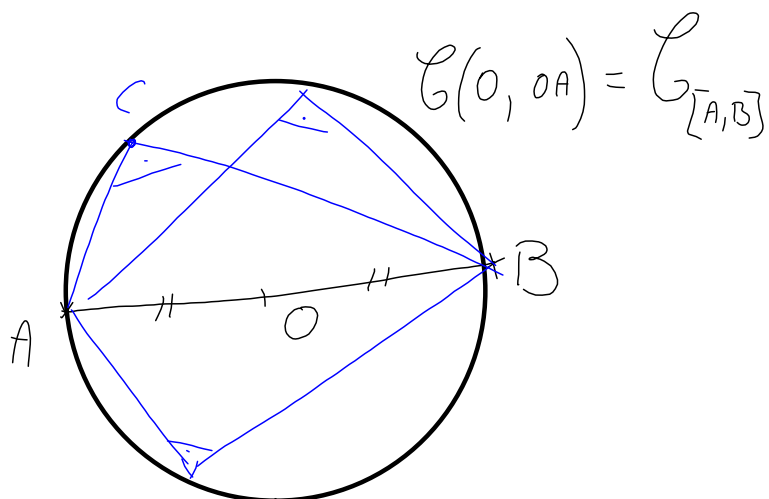
preuve : Soit $\angle r = \angle BCA$

alors $r = \frac{1}{2} w$ (thm. angle inscrit)

où $\angle w = \angle AOB$ et $w = 180^\circ$
 et donc $r = 90^\circ$, $\forall C \in \mathcal{C} - \{A, B\}$

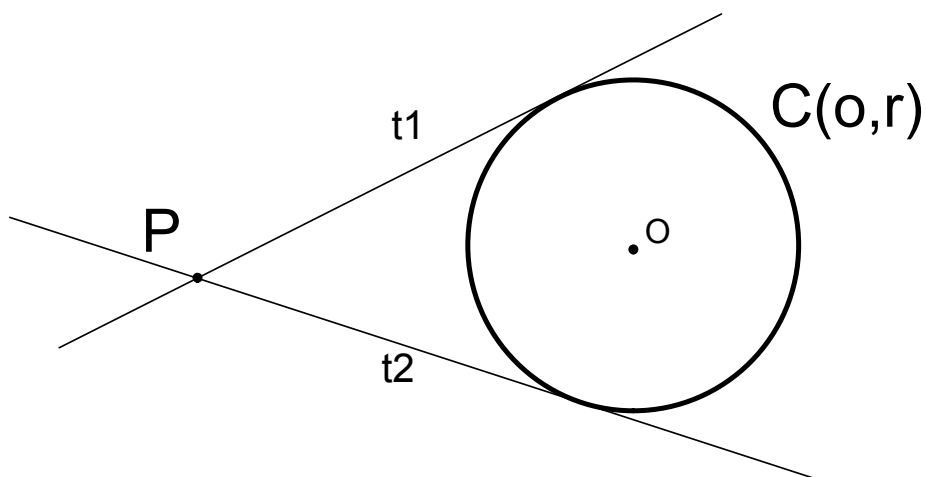
* Un cercle est ainsi un ensemble de points du plan
 qui regardent un segment sous un angle droit.
 On l'appelle un "cercle de Thalès".

figure :

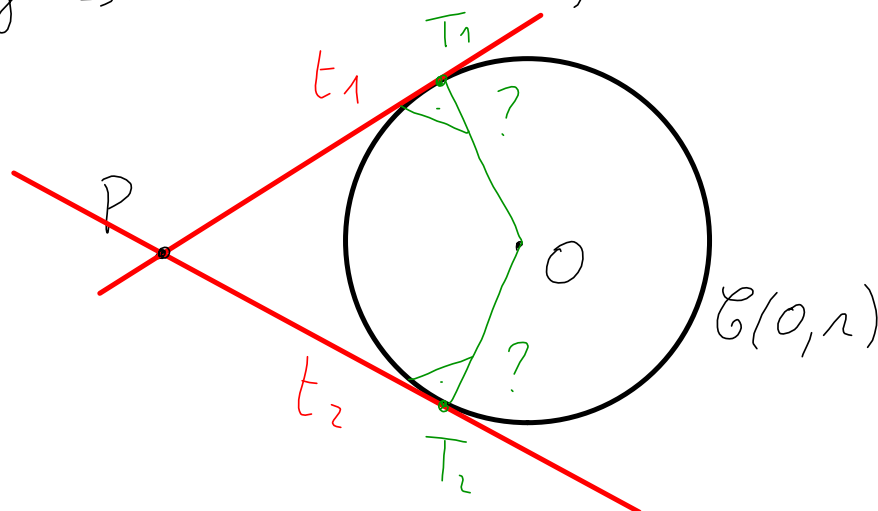


application de ce cas particulier
du théorème du produit constant

Par un point P extérieur à un cercle $C(O,r)$,
construire les deux tangentes au cercle $C(O,r)$

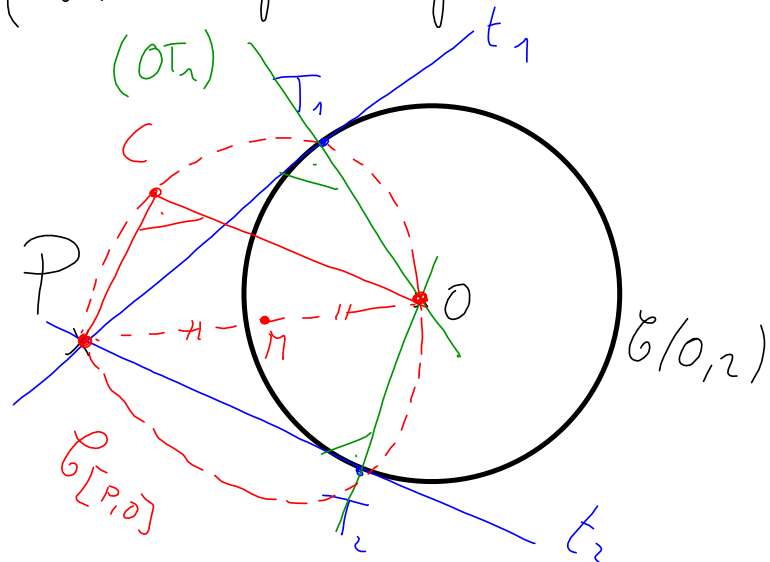


* Comment construire par $P \in \mathbb{P}$
les tangentes au cercle $\mathcal{C}(O, r)$, avec $OP > r$



exercice : { construire les 2 tangentes à
un cercle par un point P extérieur au cercle

"dessin"

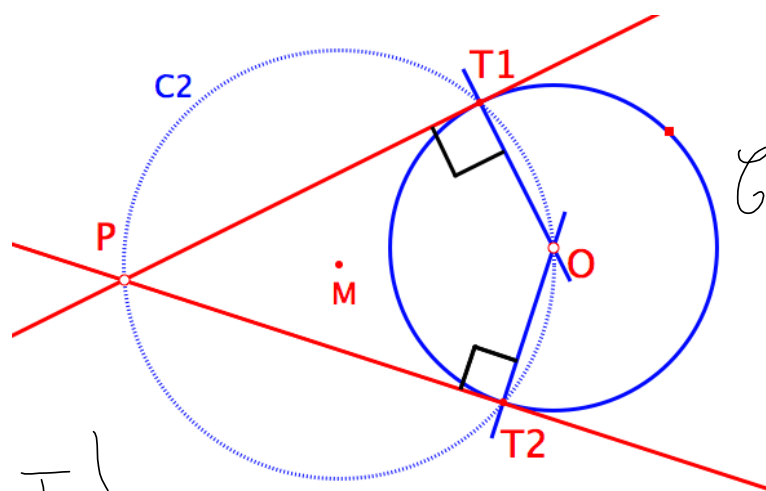


Script :

1) on construit le
cercle de
Thales $\mathcal{C}_2$
du segment $[P, O]$

2) $\mathcal{C}_2 \cap \mathcal{C} = \{T_1, T_2\}$

3) $t_1 = (PT_1)$ et $t_2 = (PT_2)$ sont les 2 tangentes
recherchées.



Pièces jointes



thm de l'angle inscrit-cas1.fig



thm de l'angle inscrit-cas2.fig



thm de l'angle inscrit-cas3.fig



cercle de Thales.fig



tangentes a un cercle.fig