2 B- C sciences Mardi 5 mai 2020

Nom : Prénom : Classe : 2...

SANS REFERENCE AU COURS NI AUX TABLES NI A UNE CALCULATRICE

Examen de trigonométrie (I)

1) Compléter les cases **non grisées** du tableau suivant :

10

x	$\frac{17\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{-4\pi}{3}$	$\frac{51\pi}{3}$
sin(x)					
cot(x)					
cos(x)					
tan(x)					

8

2) 6 Si $\cos(x) = \frac{3}{5}$, calculer sin(x) et tan(x).

2 Illustrer d'une figure d'étude.

8 3) Prouver la formule suivante : $(\cos(x)+\sin(x))^2 = 2 - (\cos(x)-\sin(x))^2$

4 4) Calculer $\tan(\frac{35\pi}{6})$

5 5) Simplifier l'expression : $\sin(\pi\text{-}x) - \cos(\pi\text{-}x) - \sin(\frac{\pi}{2}\text{-}x) + \cos(\text{-}x) =$

6) Résoudre les équations trigonométriques suivantes : (donner le domaine de chaque équation)

24

6 a) $\tan^2(x) = 3$

10 b) $\cos(\frac{x}{3} + \frac{3\pi}{4}) + \sin(2x - \frac{7\pi}{6}) = 0$

8 c) $2\sin^2(x) - \cos(x) - 1 = 0$

59 points

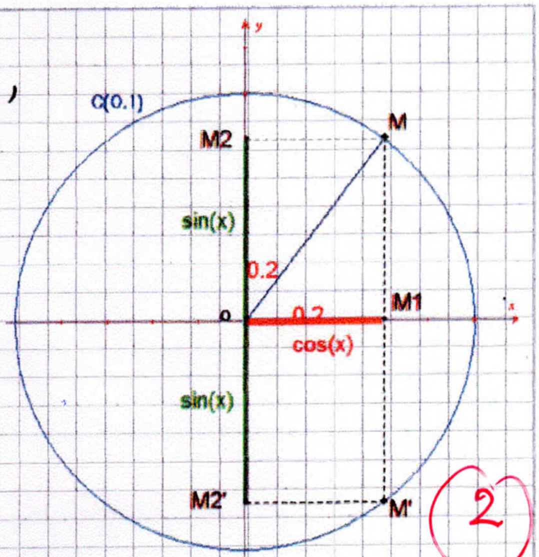
Examen de trigonométrie (I)

1) Compléter les cases **non grisées** du tableau suivant :

x	$\frac{17\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{-4\pi}{3}$	$\frac{51\pi}{3}$
sin(x)	$\frac{1}{2}$ 1		$-\frac{\sqrt{2}}{2}$ 1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$ 1	
cot(x)	$-\sqrt{3}$ 1				X 1
cos(x)		0 1		$-\frac{1}{2}$ 1	
tan(x)		X 1	-1 1		0 1

10

2) Soit $x \in \mathbb{R}$ et $\cos(x) = \frac{3}{5}$,



$$\text{or } \begin{cases} \cos^2(x) + \sin^2(x) = 1 \\ \Leftrightarrow \sin(x) = \pm\sqrt{1-\cos^2(x)} \end{cases} \quad 2$$

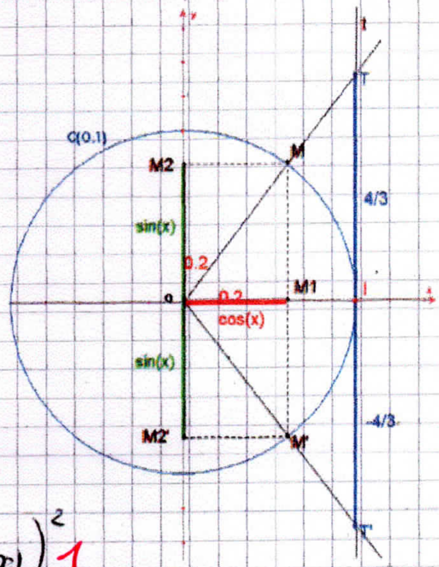
$$\text{donc } \begin{cases} \sin(x) = \pm\sqrt{1-\left(\frac{3}{5}\right)^2} \\ = \pm\sqrt{1-\frac{9}{25}} \\ = \pm\sqrt{\frac{16}{25}} = \pm\frac{4}{5} \end{cases} \quad 2$$

4

2

de plus : $\tan(x) = \dfrac{\sin(x)}{\cos(x)}$

$$= \frac{\pm\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}} = \pm\frac{4}{3} \quad 2$$



8

3) (H) $x \in \mathbb{R}$ 1

(T) $(\cos(x)+\sin(x))^2 = 2-(\cos(x)-\sin(x))^2$ 1

(D) $(\cos(x)+\sin(x))^2 = \cos^2(x) + 2\cos(x)\sin(x) + \sin^2(x)$ 1

$$= (\cos^2(x) + \sin^2(x)) + 2\cos(x)\sin(x) \quad 1$$

$$= 1 + 2\cos(x)\sin(x) \quad 1$$

et $2-(\cos(x)-\sin(x))^2 = 2-(\cos^2(x) - 2\cos(x)\sin(x) + \sin^2(x))$ 1

$$= 2 - (1 - 2\cos(x)\sin(x))$$

$$= 1 + 2\cos(x)\cdot\sin(x) \quad 2$$

8

cqfd

4

4) Calculer : $\tan\left(\frac{35\pi}{6}\right) = \tan\left(\frac{36\pi}{6} - \frac{\pi}{6}\right)$ 1 $= \tan\left(6\pi - \frac{\pi}{6}\right)$ 1

$= \tan\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ 1 $= -\frac{\sqrt{3}}{3}$ 1

6) Résoudre :

a) $\tan^2(x) = 3$ et $x \in \mathbb{R} - \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi\right\}$ 1

$\Leftrightarrow \tan(x) = \pm\sqrt{3}$ 1

$\Leftrightarrow \tan(x) = \sqrt{3}$ ou $\tan(x) = -\sqrt{3}$

$\Leftrightarrow \tan(x) = \tan\left(\frac{\pi}{3}\right)$ 1 ou $\tan(x) = \tan\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ 1

6

$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi$ ou $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$ 2

$\Leftrightarrow x \in \left\{\frac{\pi}{3} + k\pi \,;\, -\frac{\pi}{3} + k\pi\right\}$

6) b) $\cos\left(\frac{x}{3} + \frac{3\pi}{4}\right) + \sin\left(2x - \frac{7\pi}{6}\right) = 0$ et $x \in \mathbb{R}$ 1

$\Leftrightarrow \cos\left(\frac{x}{3} + \frac{3\pi}{4}\right) = -\sin\left(2x - \frac{7\pi}{6}\right)$ 1 $\quad -\sin(\alpha) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$

$\Leftrightarrow \cos\left(\frac{x}{3} + \frac{3\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \left(2x - \frac{7\pi}{6}\right)\right)$ 1 $\quad \frac{\pi}{2} - \frac{7\pi}{6} = \frac{3\pi - 7\pi}{6}$

$\Leftrightarrow \cos\left(\frac{x}{3} + \frac{3\pi}{4}\right) = \cos\left(2x - \frac{2\pi}{3}\right)$ 1 $\quad = \frac{-4\pi}{6} = \frac{-2\pi}{3}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{3\pi}{4} = 2x - \frac{2\pi}{3} + k \cdot 2\pi & 1 \\ \text{ou} \\ \frac{x}{3} + \frac{3\pi}{4} = -2x + \frac{2\pi}{3} + k \cdot 2\pi & 1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{3} - 2x = \frac{-2\pi}{3} - \frac{3\pi}{4} + k \cdot 2\pi \\ \text{ou} \\ \frac{x}{3} + 2x = \frac{2\pi}{3} - \frac{3\pi}{4} + k \cdot 2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-5x}{3} = \frac{-17\pi}{12} + k \cdot 2\pi \\ \frac{7x}{3} = \frac{-\pi}{12} + k \cdot 2\pi \end{cases}$

$\Leftrightarrow x = \frac{-17\pi}{\cancel{12}_{4}} \cdot \frac{-\cancel{3}}{5} - k \cdot \frac{6\pi}{5}$ $\Leftrightarrow x \in \left\{\frac{17\pi}{20} + k\frac{6\pi}{5} \,;\, \frac{-\pi}{28} + k\frac{6\pi}{7}\right\}$ 2 2

ou

10

$x = \frac{\cancel{3}}{7} \cdot \frac{-\pi}{\cancel{12}_{4}} + k\frac{2 \cdot 3 \cdot \pi}{7}$

6c) $2\sin^2(x) - \cos(x) - 1 = 0$ et $x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow 2(1-\cos^2(x)) - \cos(x) - 1 = 0$ car $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$

$\Leftrightarrow \sin^2(x) = 1 - \cos^2(x)$

$\Leftrightarrow -2\cos^2(x) - \cos(x) + 1 = 0$ 1

$\Leftrightarrow 2t^2 + t - 1 = 0$ et $t = \cos(x)$

$\Leftrightarrow (2t-1)(t+1) = 0$ et $t = \cos(x)$

$\Leftrightarrow t = \frac{1}{2} \cos(x)$ ou $t = -1 = \cos(x)$

$\Leftrightarrow \cos(x) = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$ ou $\cos(x) = \cos(\pi)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ \text{ou} \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$ 1 ou $\begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ \text{ou} \\ (x = -\pi + k2\pi) \end{cases}$ "idem" 1

8

$\Leftrightarrow x \in \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi ; -\frac{\pi}{3} + k2\pi ; \pi + k2\pi \right\}$

5) $\sin(\pi - x) - \cos(\pi - x) - \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos(-x) =$

$\sin(x) - (-\cos(x)) - \cancel{\cos(x)} + \cancel{\cos(x)} =$

5

$\sin(x) + \cos(x)$