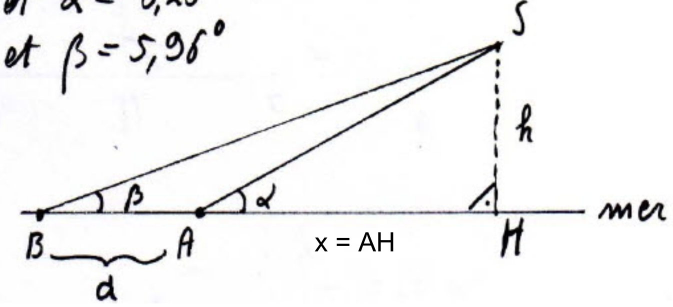
1) On veut mesurer (sans altimètre) l'altitude d'une montagne, située en bord de mer, de sommet S par rapport au niveau de la mer. Une première observation du point S à partir d'un point A se fait sous un angle de 6,25° , une deuxième à partir d'un point B sous un angle de 5,96° .
Les points A, B et H (pied de la montagne) sont alignés et la distance AB = d = 1000 mètres.
a) Poser les données de l'exercice et faire une figure d'étude ;
b) Poser les équations adéquates pour calculer l'altitude du sommet S de cette montagne.
c) Calculer littéralement l'altitude x = SH recherchée, puis en donner une valeur approchée à la calculatrice.

Exercices de trigonométrie

1) Données:
- $*$ S : sommet de la montagne
- $*$ HS : altitude de la montagne ; $HS = h$
- $*$ $\sphericalangle \alpha = \sphericalangle MAS$ et $\alpha = 6{,}25°$
- $*$ $\sphericalangle \beta = \sphericalangle MBS$ et $\beta = 5{,}96°$
- $*$ $AB = d = 1000\ m$

a)



b) Dans le triangle rectangle AHS, rectangle en H :

$$\tan(\alpha) = \frac{SH}{AH} = \frac{h}{x} \quad \text{où } x = AH \qquad (1)$$

Dans le triangle rectangle BHS :

$$\tan(\beta) = \frac{SH}{BH} = \frac{h}{x+d} \qquad (2)$$

de (1) : $x = \dfrac{h}{\tan(\alpha)}$

de (2) : $x + d = \dfrac{h}{\tan(\beta)} \Leftrightarrow x = \dfrac{h}{\tan(\beta)} - d$

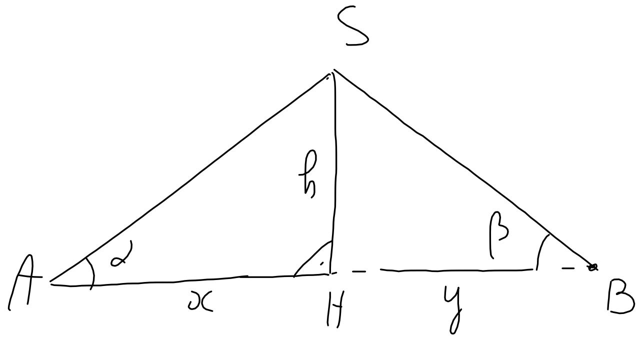
d'où $\dfrac{h}{\tan(\alpha)} = \dfrac{h}{\tan(\beta)} - d \Leftrightarrow \dfrac{h}{\tan(\alpha)} - \dfrac{h}{\tan(\beta)} = -d$

$$\Leftrightarrow h(\tan(\beta) - \tan(\alpha)) = -d \cdot \tan(\alpha)\tan(\beta)$$

$$\Leftrightarrow h = \frac{d \cdot \tan(\alpha) \cdot \tan(\beta)}{\tan(\alpha) - \tan(\beta)}$$

applic. num. : $h = \dfrac{1000 \cdot \tan(6{,}25^\circ) \cdot \tan(5{,}96^\circ)}{\tan(6{,}25^\circ) - \tan(5{,}96^\circ)}$

et $h \simeq 2233{,}38$ mètres



$$\begin{cases} \text{On a : } \tan(\alpha) = \dfrac{h}{x} \text{ et } x = AH \\ \text{et } \tan(\beta) = \dfrac{h}{y} \text{ et } y = BH \\ \text{et } x + y = d \end{cases}$$

$$\Longrightarrow x = \frac{h}{\tan(\alpha)} \text{ et } y = \frac{h}{\tan(\beta)}$$

$$\text{et } \frac{h}{\tan(\alpha)} + \frac{h}{\tan(\beta)} = d$$

$$\Longrightarrow h = d \cdot \frac{\tan(\alpha) \cdot \tan(\beta)}{\tan(\alpha) + \tan(\beta)}$$

a.n. : $h = \dfrac{1000 \cdot \tan(6{,}25^\circ) \cdot \tan(5{,}96^\circ)}{\tan(6{,}25^\circ) + \tan(5{,}96^\circ)} \simeq 53{,}45 \text{ m}$

2) Calcul du rayon terrestre dans l'antiquité :

Un observateur placé au sommet d'une montagne S en bord de mer, dont on connaît l'altitude h = 2290 mètres par rapport au niveau de la mer, regarde un point T à l'horizon marin sous un angle de dépression de mesure $\gamma = 1{,}53°$. A l'aide de ces mesures, calculer le rayon terrestre R en admettant que la terre est une boule de centre O et de rayon R.