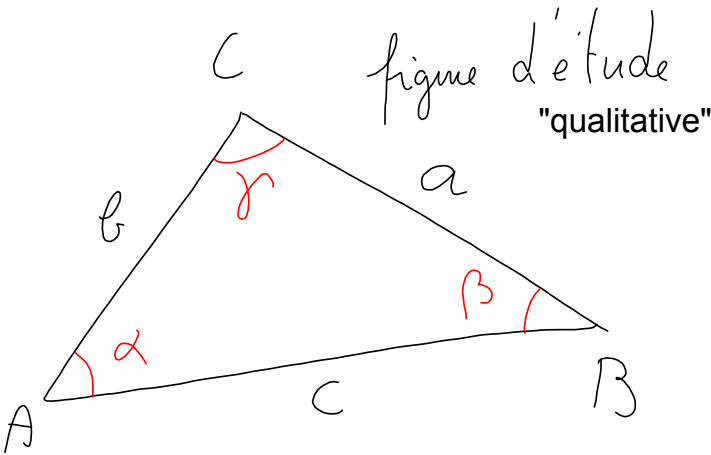


1) Soit un triangle quelconque ABC.

✓ a) On donne $a = BC = 8$, $\beta = 48,25^\circ$ et $\gamma = 72,6^\circ$.
Calculer α , $b = AC$ et $c = AB$.

→ b) On donne $a = BC = 35$, $b = AC = 12$ et $c = AB = 25$.
Calculer α , β et γ .

→ c) On donne $b = AC = 23,2$ et $c = AB = 36,7$ et $\beta = 36,4^\circ$.
Calculer α , γ et $a = BC$.



b) On donne $a = BC = 35$, $b = AC = 12$ et $c = AB = 25$.
Calculer α , β et γ .

Données: * $a = 35$ calculer α, β, γ
 $b = 12$
 $c = 25$

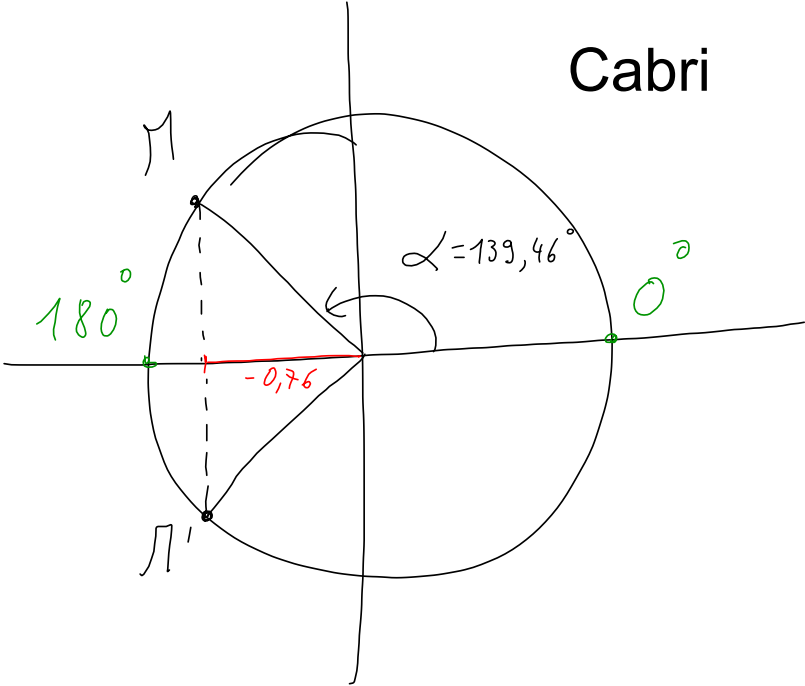
Résolution: Calcul de α :

avec le thm du sinus: $\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$ *mem*

ou
 le thm du cosinus $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\alpha)$
 $\Leftrightarrow \cos(\alpha) = \frac{a^2 - b^2 - c^2}{-2bc}$

$$\text{a.m.: } \cos(\alpha) = \frac{35^2 - 12^2 - 25^2}{-2 \cdot 12 \cdot 25} \quad \left(\approx -0,76 \right)$$

$$\Leftrightarrow \alpha \approx 139,46^\circ$$



* de même pour β ou γ :
Comment ? à choisir
avec le Hm. du sinus (α est connu)
ou le Hm. du cosinus :

thm du cosinus:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(\alpha) \Leftrightarrow -\cos(\alpha) = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\text{- a.m.: } \cos(\alpha) = \frac{144 + 625 - (35)^2}{2 \cdot 12 \cdot 25} = \frac{-19}{25} \Rightarrow \alpha \approx 139,46^\circ$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos(\beta) \Leftrightarrow -\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\text{- a.m.: } \cos(\beta) = \frac{35^2 + 625 - 144}{2 \cdot 35 \cdot 25} = \frac{853}{875} \Rightarrow \beta \approx 12,88^\circ$$

$$\text{et donc } \gamma = 180^\circ - \alpha - \beta \approx 27,66^\circ$$

ou

avec le théorème du sinus: $\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$

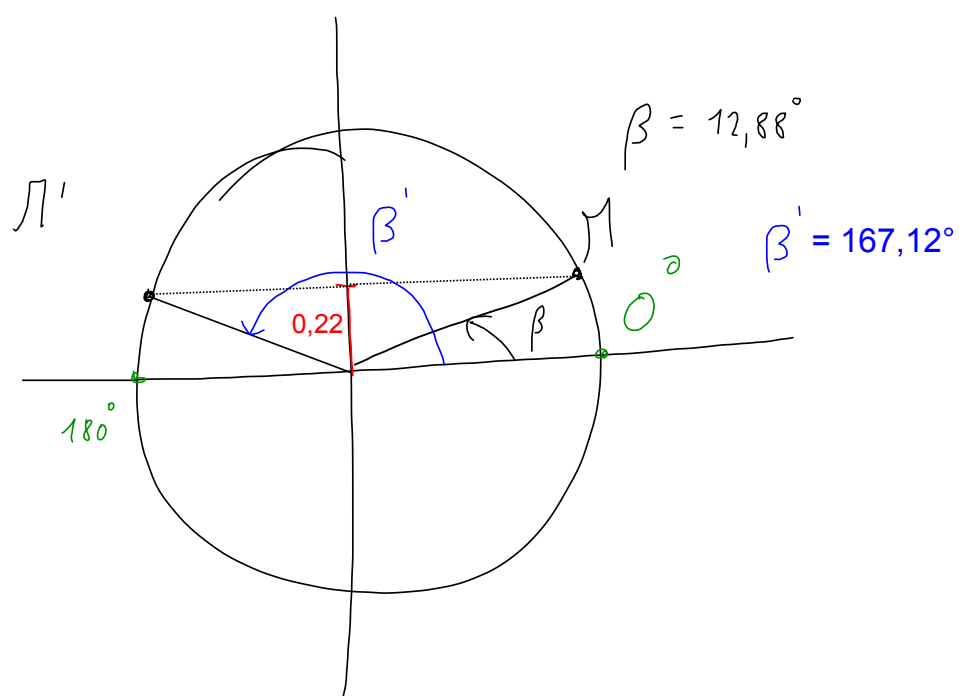
on a: $\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} \Leftrightarrow \frac{\sin(\beta)}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{a}$

$\Leftrightarrow \sin(\beta) = \frac{b}{a} \sin(\alpha)$

a.n.: $\sin(\beta) \approx \frac{12}{35} \sin(139,46^\circ)$

$\Leftrightarrow \sin(\beta) \approx 0,22$

$\Leftrightarrow \beta \approx 12,88^\circ$ mais ...



- c) On donne $b = AC = 23,2$ et $c = AB = 36,7$ et $\beta = 36,4^\circ$.
Calculer α , γ et $a = BC$.

Données: $\begin{cases} * b = 23,2 \text{ et } c = 36,7 \text{ et } \beta = 36,4^\circ \\ * \text{calculer } a, \alpha \text{ et } \gamma \end{cases}$

Résolution: avec le thm du sinus:

$$\left(\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)} \right)$$

$$\Leftrightarrow \sin(\gamma) = \frac{c}{b} \cdot \sin(\beta)$$

a.m.: $\sin(\gamma) = \frac{36,7}{23,2} \cdot \sin(36,4) \quad (\approx 0,939)$

$$\Leftrightarrow \gamma_1 \approx 69,84^\circ \quad \text{ou } \gamma_2 \approx 180^\circ - \gamma_1 \approx 110,16^\circ$$

* puis $\alpha_1 = 180^\circ - \beta - \gamma_1 \approx 73,76^\circ$

* puis calcul de a : ou $\alpha_2 \approx 33,44^\circ$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\alpha)$$

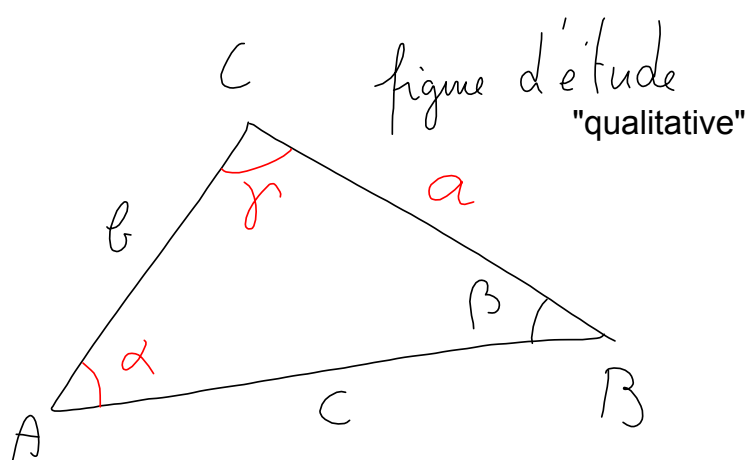
a.m.: $a_1^2 = (23,2)^2 + (36,7)^2 - 2(23,2) \cdot (36,7) \cos(73,76)$

$$\Leftrightarrow a = \cancel{37,54} \quad \text{ou } a_2 \approx 21,54$$

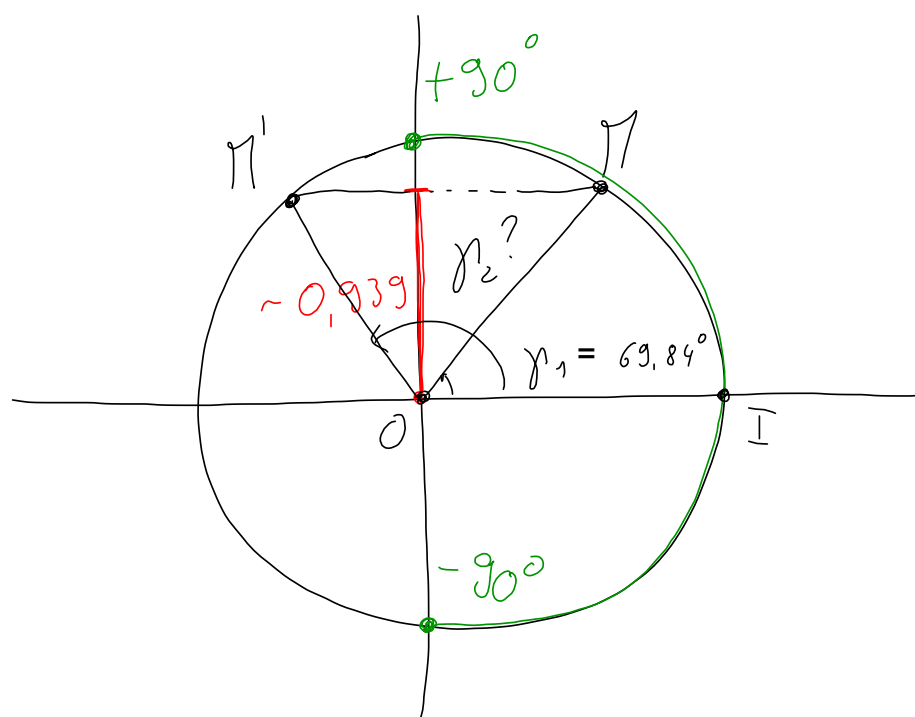
(ou $\frac{a_1}{\sin(\alpha)} = \frac{c}{\sin(\gamma)} \Leftrightarrow a_1 = c \cdot \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\gamma)}$

$$= 36,7 \cdot \frac{\sin(73,76)}{\sin(69,84)}$$

$$\approx 37,54)$$



cabri



- c) On donne $b = AC = 23,2$ et $c = AB = 36,7$ et $\beta = 36,4^\circ$.
Calculer α , γ et $a = BC$.

Données: $\begin{cases} * b = 23,2 \text{ et } c = 36,7 \text{ et } \beta = 36,4^\circ \\ * \text{calculer } a, \alpha \text{ et } \gamma \end{cases}$

Résolution: avec le thm du sinus:

$$\left(\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)} \right)$$

$$\Leftrightarrow \sin(\gamma) = \frac{c}{b} \cdot \sin(\beta)$$

a.m.: $\sin(\gamma) = \frac{36,7}{23,2} \cdot \sin(36,4^\circ) \quad \left(\begin{array}{l} \approx 0,939 \\ \approx 1,06 \end{array} \right)$

$$\Leftrightarrow \gamma \approx 69,84^\circ$$

* puis $\alpha = 180^\circ - \beta - \gamma \approx 73,76^\circ$

* puis calcul de a :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\alpha)$$

a.m.: $a^2 = (23,2)^2 + (36,7)^2 - 2(23,2)(36,7)\cos(73,76^\circ)$

$$\Leftrightarrow a = \sqrt{\quad} \approx 37,54$$

(ou $\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{c}{\sin(\gamma)} \Leftrightarrow a = c \cdot \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\gamma)}$

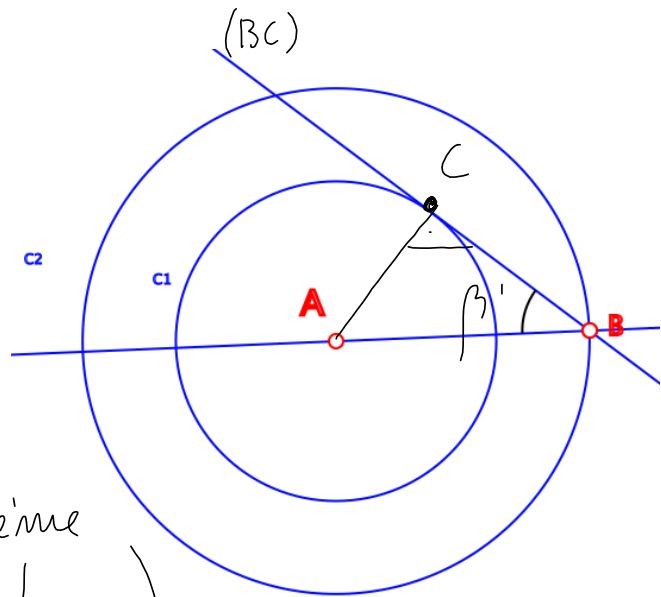
$$= 36,7 \cdot \frac{\sin(73,76^\circ)}{\sin(69,84^\circ)}$$

$$\approx 37,54)$$

Calcul
l'angle "limite"

β' à partir duquel
le problème n'a pas
de solution

(pour lequel le problème
admet une seule solution)



On a alors la droite (BC) tangente au cercle
 $C_1(A, c)$ et donc l'angle en C est droit ;

$$\text{d'où calcul de } \beta' : \sin(\beta') = \frac{AC}{AB} = \frac{c}{b}$$

$$\text{a.m.: } \sin(\beta') = \frac{23,2}{36,7} \quad \text{et } \beta' < 90^\circ$$

$$\Leftrightarrow \beta' \approx 39,21$$

Ainsi, si $\beta < \beta'$, le problème admet 2 solutions
si $\beta > \beta'$, le problème n'admet
aucune solution.
si $\beta = \beta'$, le problème
admet une unique solution

- 2) Dans un triangle, on donne $\alpha = 30^\circ$ et $\beta = 45^\circ$. La bissectrice issue du sommet C partage le triangle en deux parties dont on demande le rapport des aires.

pour demain jeudi 28