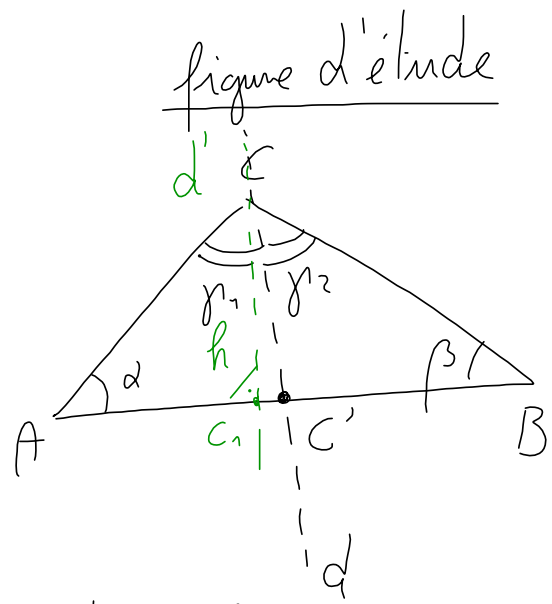


- 2) Dans un triangle, on donne $\alpha = 30^\circ$ et $\beta = 45^\circ$. La bissectrice issue du sommet C partage le triangle en deux parties dont on demande le rapport des aires.

Données: $\left\{ \begin{array}{l} * A \notin (BC) \\ * \alpha = 30^\circ \\ * \beta = 45^\circ \\ * \text{bissectrice en C} \\ * d \text{ et } y_1 = y_2 \\ * d \cap (AB) = \{C'\} \end{array} \right.$



Calculer le rapport des aires des triangles

$\triangle ACC'$ et $\triangle BCC'$:

On a: $A_1 = \frac{1}{2} \cdot AC' \cdot h$ et $A_2 = \frac{1}{2} \cdot C'B \cdot h$
(on prend la même hauteur h)

l'aire, resp., du $\triangle ACC'$ et du $\triangle BCC'$

où $h = CC_1$ où $\{C_1\} = (AB) \cap d'$
et $d' \perp (AB)$
 $d' \ni C$

d'où $\frac{A_1}{A_2} = \frac{\frac{1}{2} AC' \cdot h}{\frac{1}{2} C'B \cdot h} = \frac{AC'}{C'B}$

$$\text{d'où } \frac{A_1}{A_2} = \frac{\frac{1}{2} AC' \cdot h}{\frac{1}{2} C'B \cdot h} = \frac{AC'}{C'B}$$

puis: On a dans le triangle $\triangle ABC$, le thm du sinus: $\frac{BC}{\sin(\alpha)} = \frac{AC}{\sin(\beta)}$?

de plus: $\alpha + \beta + \gamma_1 + \gamma_2 = 180^\circ \Leftrightarrow \gamma_1 + \gamma_2 = 105^\circ$
 or $\gamma_1 = \gamma_2$ donc $\gamma_1 = \gamma_2 = \frac{105^\circ}{2}$

et encore dans le triangle $\triangle AC'C$: (thm sinus)

$$\frac{CC'}{\sin(\alpha)} = \frac{AC'}{\sin(\gamma_1)} \Leftrightarrow AC' = CC' \cdot \frac{\sin(\gamma_1)}{\sin(\alpha)}$$

le triangle $\triangle BCC'$ (thm du sinus)

$$\frac{CC'}{\sin(\beta)} = \frac{C'B}{\sin(\gamma_2)} \Leftrightarrow C'B = CC' \cdot \frac{\sin(\gamma_2)}{\sin(\beta)}$$

$$\text{donc: } \frac{AC'}{C'B} = \frac{CC' \cdot \frac{\sin(\gamma_1)}{\sin(\alpha)}}{CC' \cdot \frac{\sin(\gamma_2)}{\sin(\beta)}} = \frac{\sin(\beta)}{\sin(\alpha)}$$

$$\text{finalement: } \frac{A_1}{A_2} = \frac{\sin(\beta)}{\sin(\alpha)}$$

$$\text{a.m.: } \frac{A_1}{A_2} = \frac{\sin(45^\circ)}{\sin(30^\circ)} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$$

- 3) Construire un triangle ABC connaissant les longueurs $a = BC = 1 + \sqrt{3}$ et $b = AC = \sqrt{2}$ et l'angle $\beta = 30^\circ$.
Calculer ensuite les éléments inconnus du triangle.