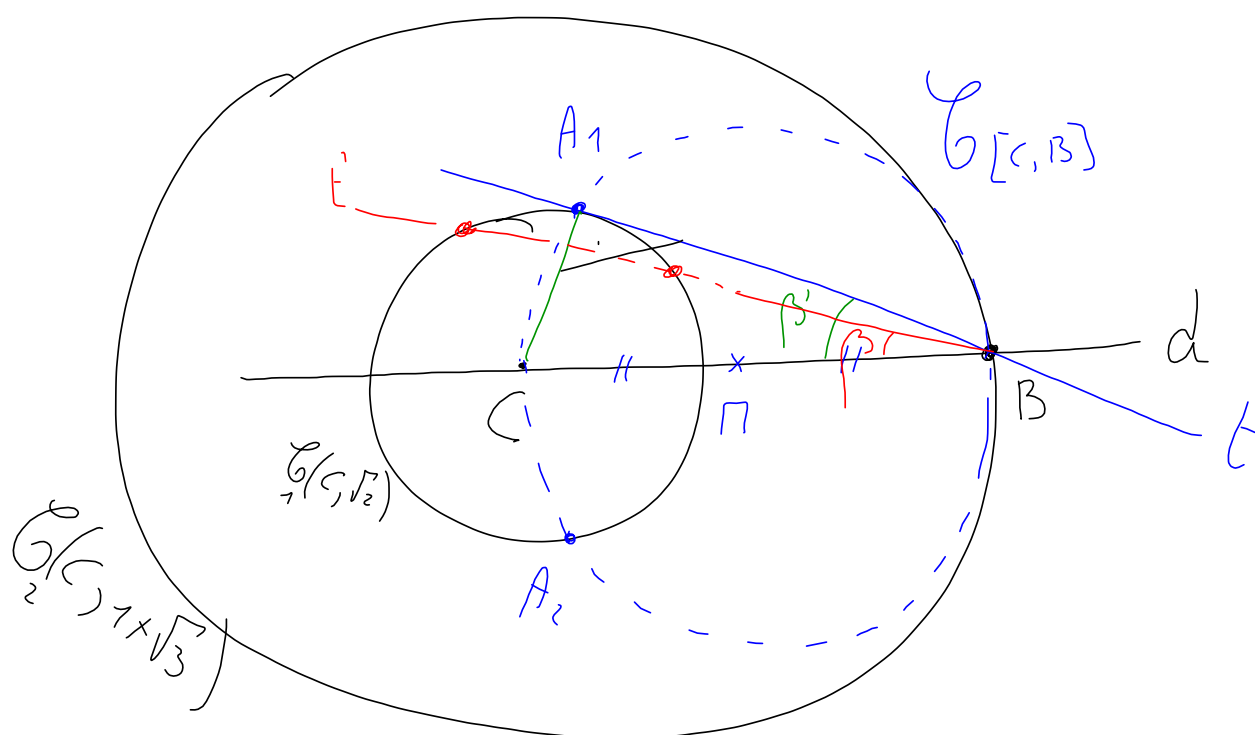


- 3) Construire un triangle ABC connaissant les longueurs $a = BC = 1 + \sqrt{3}$ et $b = AC = \sqrt{2}$ et l'angle $\beta = 30^\circ$.
Calculer ensuite les éléments inconnus du triangle.

Données: $\begin{cases} * A \notin (BC) \\ * a = BC = 1 + \sqrt{3}, b = AC = \sqrt{2} \\ * \beta = 30^\circ \end{cases}$

Résolution: le problème a-t-il une solution ?
(cf exercice 2c)

Calculons l'angle limite β' : figure d'étude



Calcul de β' : dans le triangle $\triangle CBA_1$

rectangle en A_1 : $\sin(\beta') = \frac{CA_1}{CB} = \frac{b}{a}$

$$\begin{aligned} \text{a.M.: } \sin(\beta') &= \frac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} \cdot (\sqrt{3}-1)}{(1+\sqrt{3}) \cdot (\sqrt{3}-1)} \\ &= \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{3-1} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \beta' \approx 31,174^\circ$$

Comme $\beta < \beta'$, le problème admet 2 solutions

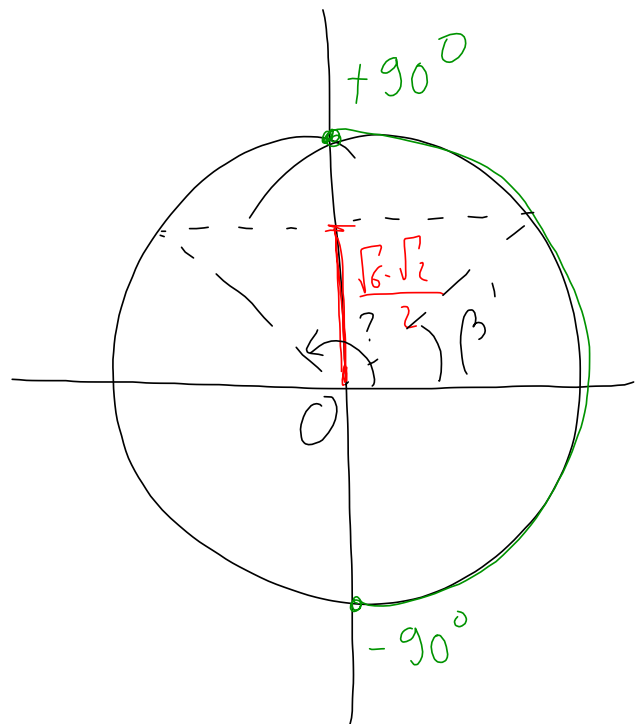
Attention :

$$\sin(\beta') = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \beta' \hat{=} 31,17^\circ$$

ou

$$\beta' \hat{=} 148,83^\circ$$



3) Données

* triangle $\triangle ABC$

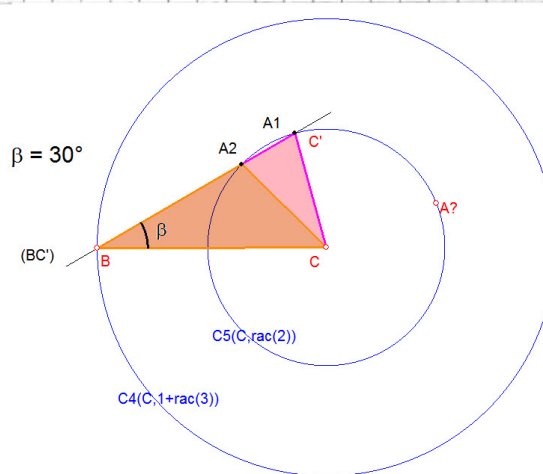
* $a = BC = 1 + \sqrt{3}$

$b = AC = \sqrt{2}$

$\beta = 30^\circ$

* Construire ce triangle
et calculer c, α, γ .

Résolution:



Par le sinus :

$$\frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{a}{\sin(\alpha)} \Leftrightarrow \sin(\alpha) = \frac{a}{b} \sin(\beta) \quad \text{a.m.} : \sin(\alpha) = \frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = 75^\circ \quad \text{ou} \quad \alpha_2 = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$$

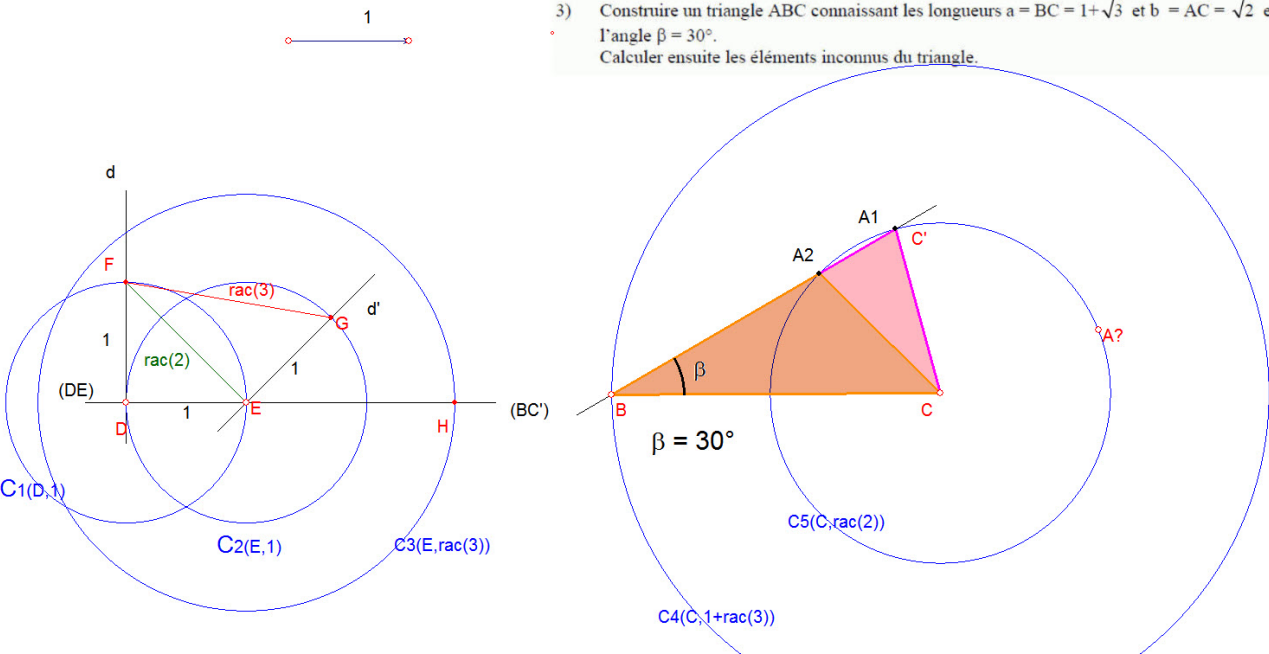
$$\text{d'où} \quad \beta_1 = 180^\circ - \alpha_1 - \beta = 75^\circ \quad (\text{et } \triangle ABC \text{ isocèle})$$

$$\beta_2 = 180^\circ - \alpha_2 - \beta = 45^\circ$$

$$\text{puis :} \quad \frac{c}{\sin(\gamma)} = \frac{b}{\sin(\beta)} \Leftrightarrow c = b \cdot \frac{\sin(\gamma)}{\sin(\beta)}$$

$$\begin{aligned} \text{-a.m.} \quad c_1 &= b \cdot \frac{\sin(\beta_1)}{\sin(\beta)} = \sqrt{2} \cdot \frac{\sin(75^\circ)}{\sin(30^\circ)} = \sqrt{2} \cdot \frac{\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{2+2\sqrt{3}}{2} \\ c_2 &= b \cdot \frac{\sin(\beta_2)}{\sin(\beta)} = \sqrt{2} \cdot \frac{\sin(45^\circ)}{\sin(30^\circ)} = \sqrt{2} \cdot \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}} = 2 \end{aligned} \quad \left| \quad \begin{aligned} &= 1+\sqrt{3} = a \\ & \end{aligned} \right.$$

3) Construire un triangle ABC connaissant les longueurs $a = BC = 1 + \sqrt{3}$ et $b = AC = \sqrt{2}$ et l'angle $\beta = 30^\circ$.
Calculer ensuite les éléments inconnus du triangle.



- 4) Un piédestal surmonté d'une statue s'élève au bord d'une rivière.
Le piédestal a pour hauteur 12,5 [m] et la statue 15,2 [m].
Un observateur sur l'autre rive de la rivière, en face de la statue, voit sous un même angle la statue et le piédestal (on supposera que l'œil de l'observateur est au niveau du pied de piédestal).
Quelle est la largeur de la rivière ?

pour mardi 2 juin