

Interrogation de mathématique - corrigé

(Chapitre 1 - 1)

Résoudre par factorisation les équations $f(x) = 0$ suivantes si :

1) $f(x) = x^4 - 7x^2 + 12$

2) $f(x) = 6x^2 - 13x + 6$

3) $f(x) = (x-3)^2 - 121$

4) $f(x) = x^2 - 7x - 44$

5) $f(x) = x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 5x + 2$

6) $f(x) = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1$

7) $f(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$

1) $x^4 - 7x^2 + 12 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 = y \text{ et } y^2 - 7y + 12 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 = y \text{ et } (y-3)(y-4) = 0$

$\Leftrightarrow x^2 = y = 3 \text{ ou } x^2 = y = 4$

$\Leftrightarrow x^2 - 3 = 0 \text{ ou } x^2 - 4 = 0$

$\Leftrightarrow (x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) = 0 \text{ ou}$

$(x-2)(x+2) = 0$

$\Leftrightarrow x \in \{\sqrt{3}; -\sqrt{3}; 2; -2\}$

3) $(x-3)^2 - 121 = 0$

$\Leftrightarrow (x-3)^2 - (11)^2 = 0$

$\Leftrightarrow [(x-3)-11] \cdot [(x-3)+11] = 0$

$\Leftrightarrow (x-14)(x+8) = 0$

$\Leftrightarrow x \in \{14; -8\}$

4) $x^2 - 7x - 44 = 0$

$\Leftrightarrow (x-11)(x+4) = 0$

$\Leftrightarrow x \in \{11; -4\}$

$$\begin{cases} m+n=-7 \\ m \cdot m=-44 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m=-11 \\ m=+4 \end{cases}$$

2) $6x^2 - 13x + 6 = 0$

$$\begin{cases} m+n=-13 \\ m \cdot m=6 \cdot 6=36 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow 6x^2 - 9x - 4x + 6 = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m=-9 \\ m=-4 \end{cases}$

$\Leftrightarrow 3x(2x-3) - 2(2x-3) = 0$

$\Leftrightarrow (2x-3)(3x-2) = 0$

$\Leftrightarrow x \in \left\{ \frac{3}{2}; \frac{2}{3} \right\}$

ou $(x-3)^2 - 121 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 - 121 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - 6x - 112 = 0$

$\Leftrightarrow (x-14)(x+8) = 0$

$\Leftrightarrow x \in \{14; -8\}$

$$\begin{cases} m+n=-6 \\ m \cdot m=-112 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m=-14 \\ m=+8 \end{cases}$$

5) $x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 5x + 2 = 0$

$$\text{Soit } \begin{aligned} f(1) &= 1+4+6+5+2 \neq 0 \\ f(-1) &= 1-4+6-5+2 = 0 \end{aligned}$$

$\Leftrightarrow (x+1)(x^3 + 3x^2 + 3x + 2) = 0$

$\Leftrightarrow (x+1)(x+2)(x^2 + x + 1) = 0$

Soit $g(-1) = -1+3-3+2 \neq 0$

$g(-2) = -8+12-6+2 = 0$

%

	1	4	6	5	2
		-1	-3	-3	-2
-1	1	3	3	2	0
		-2	-2	-2	
-2	1	-1	1	0	

$$\text{or } x^2 + x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + x + \frac{1}{4}) + 1 - \frac{1}{4} = 0$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{\left(x + \frac{1}{2}\right)^2}_{\geq 0} + \underbrace{\frac{3}{4}}_{> 0} = 0$$

$$\Leftrightarrow x \in \emptyset$$

$$\text{d'où } x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 5x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)(x+2) \underbrace{(x^2 + x + 1)}_{\neq 0} = 0$$

$$\Leftrightarrow x \in \{-1; -2\}$$

$$6) \quad \underbrace{x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1}_{f(x)} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1) \underbrace{(x^3 - 3x^2 + 3x - 1)}_{g(x)} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x-1) \underbrace{(x^2 - 2x + 1)}_{g(x)} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x-1)(x-1)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^4 = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x \in \{1\}$$

$$\text{soit } f(1) = 1 - 4 + 6 - 4 + 1 = 0$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & -4 & 6 & -4 & 1 & \\ & & 1 & -3 & 3 & -1 \\ \hline 1 & 1 & -3 & 3 & -1 & 0 \end{array}$$

$$\text{soit } g(1) = 1 - 3 + 3 - 1 = 0$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & -3 & 3 & -1 & & \\ & & 1 & -2 & 1 & \\ \hline 1 & 1 & -2 & 1 & 0 & \end{array}$$

remarque: triangle de Pascal :

$$\begin{array}{cccccc} & & & & & 1 \\ & & & & 1 & \\ & & 1 & & & \\ & 1 & 2 & 1 & & \\ & 1 & 3 & 3 & 1 & \\ \hline & 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\ \hline 1 & 5 & 10 & 10 & 5 & 1 \end{array}$$

$$7) \quad x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^3 + 2x^2) - (x + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2(x+2) - (x+2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+2)(x^2 - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+2)(x-1)(x+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x \in \{-2; 1; -1\}$$