

Interrogation de mathématique - 2

(Chapitre 1-suite)

- 1) Résoudre et discuter les équations suivantes :
- a) $m(4x-7) - 3x = 2 - 3m$
b) $m^2x + 4m = m^2 + 9x + 3$
- 2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :
- a) $x^3 - 6x^2 + 12x - 8 = 0$
b) $\frac{2x-1}{52} - \left(x - \frac{1-x}{13}\right) = \frac{3}{2} - \frac{x+2}{4}$
c) $x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1 = 0$
- 3) Résoudre en fonction de l'inconnue m l'équation suivante :
 $m(4x-7) - 3x = 2 - 3m$ (x est ici un paramètre)

1a) $m(4x-7) - 3x = 2 - 3m$ et $x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow 4mx - 7m - 3x = 2 - 3m$$

$$\Leftrightarrow 4mx - 3x = 4m + 2$$

$$\Leftrightarrow (4m - 3)x = 4m + 2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{3}{4} \text{ et } 0 \cdot x = 5 \text{ et } x \in \emptyset \\ \text{ou} \\ m \neq \frac{3}{4} \text{ et } x \in \left\{ \frac{4m+2}{4m-3} \right\} \end{cases}$$

1b) $m^2x + 4m = m^2 + 9x + 3$ et $x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow m^2x - 9x = m^2 - 4m + 3$$

$$\Leftrightarrow (m^2 - 9)x = (m-3)(m-1)$$

$$\Leftrightarrow (m-3)(m+3)x = (m-3)(m-1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \text{ et } 0 \cdot x = 0 \text{ et } x \in \mathbb{R} \\ \text{ou} \\ m = -3 \text{ et } 0 \cdot x = 24 \text{ et } x \in \emptyset \\ \text{ou} \\ m \notin \{3, -3\} \text{ et } x = \frac{(m-3)(m-1)}{(m-3)(m+3)} \text{ et } x \in \left\{ \frac{m-1}{m+3} \right\} \end{cases}$$

$$2) \quad a) \quad \underline{x^3 - 6x^2 + 12x - 8 = 0}$$

$$\Leftrightarrow (x-2)(x^2 - 4x + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)(x-2)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x \in \{2\}$$

$$f(1) = 1 - 6 + 12 - 8 \neq 0$$

$$f(2) = 8 - 24 + 24 - 8 = 0$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -6 & 12 & -8 \\ 2 & & 2 & -8 & 8 \\ \hline & 1 & -4 & 4 & 0 \end{array}$$

$$b) \quad \frac{2x-1}{52} - \left(x - \frac{1-x}{13} \right) = \frac{3}{2} - \frac{x+2}{4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x-1}{52} - \left(\frac{13x-1+x}{13} \right) = \frac{6-x-2}{4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x-1}{52} - \frac{14x-1}{13} = \frac{-x+4}{4}$$

$\times 52$

$$\Leftrightarrow 2x-1 - 4(14x-1) = 13(-x+4)$$

$$\Leftrightarrow 2x-1 - 56x+4 = -13x+52$$

$$\Leftrightarrow 2x - 56x + 13x = 52 - 3$$

$$\Leftrightarrow -41x = 49$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-49}{41}$$

$$\Leftrightarrow x \in \left\{ -\frac{49}{41} \right\}$$

$$c) \quad x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)^4 = 0$$

$$\Leftrightarrow x \in \{-1\}$$

$$\text{on si } f(x) = x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1$$

$$\text{on a } f(-1) = 0$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\ -1 & & -1 & -3 & -3 & -1 \\ \hline -1 & 1 & 3 & 3 & 1 & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{et } f(x) &= (x+1)(x^3 + 3x^2 + 3x + 1) \\ &= (x+1)(x+1)^3 \\ &= (x+1)^4 \end{aligned}$$

$$3) \quad m(4x-7) - 3x = 2 - 3m \quad \text{et } m \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow 4mx - 7m + 3m = 3x + 2$$

$$\Rightarrow (4x - 4)m = 3x + 2$$

$$\Rightarrow 4(x-1)m = 3x + 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=1 & \text{et } 0 \cdot m = 5 \text{ et } m \in \emptyset \\ \text{ou} \\ x \neq 1 & \text{et } m \in \left\{ \frac{3x+2}{4(x-1)} \right\} \end{cases}$$