

Interrogation de mathématique - 2

(Chapitre 1-suite)

a) Résoudre et discuter les équations suivantes :

1) $2mx - m = 3 - (m^2 - 3)x$

2) $m^2(x - 1) - 2(m+1)x = m + x$

b) Résoudre en fonction de l'inconnue **m** l'équation suivante :

$$2mx - x = 3 - (x^2 - 3)m \quad (x \text{ est ici un paramètre})$$

c) Résoudre $f(x) = 0$ si :

1) $f(x) = 7x^2 - 18x + 11$

2) $f(x) = x^4 - 8x^3 + 24x^2 - 32x + 16$

3) $f(x) = \frac{2x-1}{52} - \left(x - \frac{1+x}{4}\right) = \frac{7}{4} - \frac{x-2}{13}$

a) 1) $2mx - m = 3 - (m^2 - 3)x \text{ et } x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow 2mx - m = 3 - m^2x + 3x$$

$$\Leftrightarrow m^2x + 2mx - 3x = m + 3$$

$$\Leftrightarrow (m^2 + 2m - 3)x = m + 3$$

$$\Leftrightarrow (m+3)(m-1)x = m+3$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -3 \text{ et } 0 \cdot x = 0 \text{ et } x \in \mathbb{R} \\ \text{ou} \\ m = 1 \text{ et } 0 \cdot x = 4 \text{ et } x \in \emptyset \\ \text{ou} \\ m \notin \{-3; 1\} \text{ et } x = \frac{m+3}{(m+3)(m-1)} \text{ et } x \in \left\{ \frac{1}{m-1} \right\} \end{cases}$$

$$a2) \quad m^2(x-1) - 2(m+1)x = m+x \quad \text{et } x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow m^2x - m^2 - 2mx - 2x - x = m$$

$$\Leftrightarrow (m^2 - 2m - 3)x = m^2 + m$$

$$\Leftrightarrow (m-3)(m+1)x = m(m+1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m=3 & \text{et } 0 \cdot x = 12 \text{ et } x \in \emptyset \\ \text{ou} \\ m=-1 & \text{et } 0 \cdot x = 0 \text{ et } x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{ou} \\ m \notin \{3; -1\} & \text{et } x = \frac{m(m+1)}{(m-3)(m+1)} \text{ et } x \in \left\{ \frac{m}{m-3} \right\} \end{cases}$$

$$c) \quad 2mx - x = 3 - (x^2 - 3)m \quad \text{et } m \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow 2mx - x = 3 - mx^2 + 3m$$

$$\Leftrightarrow 2xm + x^2m - 3m = x + 3$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + 2x - 3)m = x + 3$$

$$\Leftrightarrow (x+3)/(x-1)m = (x+3)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 & \text{et } 0 \cdot m = 0 \text{ et } m \in \mathbb{R} \end{cases}$$

ou

$$x = 1 \quad \text{et } 0 \cdot m = 4 \quad \text{et } m \in \emptyset$$

ou

$$x \notin \{1; -3\} \quad \text{et } m \in \left\{ \frac{1}{x-1} \right\}$$

$$\begin{aligned}
 \text{C1)} \quad f(x) &= 7x^2 - 18x + 11 \\
 &= 7x^2 - 7x - 11x + 11 \\
 &= 7x(x-1) - 11(x-1) \\
 &= (x-1)(7x-11)
 \end{aligned}$$

$$\text{d'où } f(x) = 0 \Leftrightarrow x \in \left\{ 1 ; \frac{11}{7} \right\}$$

$$\text{C2)} \quad f(x) = x^4 - 8x^3 + 24x^2 - 32x + 16 = (x-2)^4$$

vérification:

$$\begin{aligned}
 (a-b)^4 &= (a+(-b))^4 = a^4 + 4a^3(-b) + 6a^2(-b)^2 + 4a(-b)^3 + (-b)^4 \\
 &= a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 - 4ab^3 + b^4 \\
 (x-2)^4 &= x^4 - 4x^3 \cdot 2 + 6x^2 \cdot 2^2 - 4x \cdot 2^3 + 2^4 \\
 &= x^4 - 8x^3 + 24x^2 - 32x + 16
 \end{aligned}$$

$$\text{d'où } f(x) = 0 \Leftrightarrow x \in \{ 2 \}$$

$$C3) \quad \frac{2x-1}{52} - \left(x - \frac{1+x}{4} \right) = \frac{7}{4} - \frac{x-2}{13}$$

$$\Rightarrow \frac{2x-1}{52} - \frac{4x - (1+x)}{4} = \frac{91 - 4(x-2)}{52}$$

$$\Rightarrow \frac{2x-1}{52} - \frac{4x-1-x}{4} = \frac{91-4x+8}{52}$$

$$\Rightarrow \frac{2x-1-13(3x-1)}{52} = \frac{99-4x}{52}$$

$$\Rightarrow 2x-1-39x+13 = 99-4x$$

$$\Rightarrow 2x-39x+4x = 99-13+1$$

$$\Rightarrow -33x = 87$$

$$\Rightarrow x = \frac{-87-29}{33 \cdot 11}$$

$$\Rightarrow x \in \left\{ \frac{-29}{11} \right\}$$