

## Interrogation de mathématique - 5

(Algèbre – Chap.1 : inéquations)

Résoudre dans IR les inéquations suivantes :

a)  $x^3 + x^2 - x - 1 < 0$

b)  $\frac{x-4}{2x+6} \geq 0$

c)  $\frac{6x+5}{3x-1} \leq 2$

d)  $\frac{2x^2+15}{(x-5)^2} \geq 2$



$$1) a) x^3 + x^2 - x - 1 < 0 \quad \text{et } x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow (x^3 + x^2) - (x + 1) < 0$$

$$\Leftrightarrow x^2(x+1) - 1 \cdot (x+1) < 0$$

$$\Leftrightarrow (x+1) \cdot (x^2 - 1) < 0$$

$$\Leftrightarrow (x+1) \cdot (x+1) \cdot (x-1) < 0$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{(x+1)^2}_{\geq 0} \cdot (x-1) < 0$$

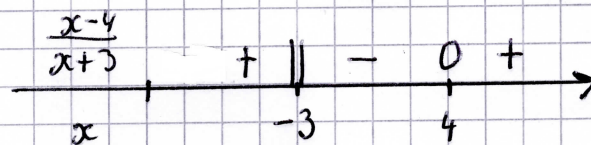
$$\Leftrightarrow x-1 < 0 \quad \text{et } x \neq -1$$

$$\Leftrightarrow x \in ]-\infty; 1[ - \{-1\}$$

$$b) \frac{x-4}{2x+6} \geq 0 \quad \text{et } x \in \mathbb{R} - \{-3\}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-4}{x+3} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x \in ]-\infty; -3[ \cup [4; +\infty[$$



$$\begin{aligned} 2x+6 &= 0 \\ \Leftrightarrow 2(x+3) &= 0 \\ \Leftrightarrow x &= -3 \end{aligned}$$

$$c) \frac{6x+5}{3x-1} \leq 2 \quad \text{et } x \in \mathbb{R} - \{\frac{1}{3}\}$$

$$\Leftrightarrow \frac{6x+5}{3x-1} - 2 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{6x+5-2(3x-1)}{3x-1} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{6x+5-6x+2}{3x-1} \leq 0 \quad \Leftrightarrow \frac{7}{3x-1} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow 3x-1 \leq 0 \quad \Leftrightarrow x \leq \frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow x \in ]-\infty; \frac{1}{3}] - \{\frac{1}{3}\}$$

$$\Leftrightarrow x \in ]-\infty; \frac{1}{3}[$$

$$\begin{aligned} 3x-1 &= 0 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$



$$1) d) \quad \frac{2x^2+15}{(x-5)^2} \geq 2 \quad \text{et } x \in \mathbb{R} - \{5\}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x^2+15}{(x-5)^2} - 2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x^2+15-2(x-5)^2}{(x-5)^2} \geq 0$$

car  $(x-5)^2 > 0$

$$\Leftrightarrow 2x^2+15-2(x^2-10x+25) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \cancel{2x^2}+15-\cancel{2x^2}+20x-50 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 20x \geq 35$$

$$\Leftrightarrow x \geq \frac{35}{20} \quad \left( \frac{35}{20} = \frac{7}{4} \right)$$

$$\Leftrightarrow x \in \left[ \frac{7}{4}; +\infty \right[ - \{5\} \quad (\triangle \text{ domaine})$$