Examen de trigonométrie-2-factice

1) Compléter les cases **non grisées** du tableau suivant :

x	$37\pi/6$	$-5\pi/2$	$-13\pi/4$	$15\pi/3$	$-13\pi/6$
cos(x)	$\frac{\sqrt{3}}{2}$		$\frac{-\sqrt{2}}{2}$		$\frac{\sqrt{3}}{2}$
sin(x)		-1		0	
tan(x)		X		0	
cot(x)	$\sqrt{3}$		-1		$-\sqrt{3}$

2) Si $\tan(x) = \frac{-5}{12}$, calculer sin(x) , cos(x) et cot(x) . Faire une figure représentative.

3) Connaissant les valeurs exactes des fonctions trigonométriques des angles de 45° et de 30°, calculer en valeur exacte (sans calculatrice) : cot (75°)

4) Simplifier l'expression : $\cos(\frac{\pi}{2} - x) + \cos(\frac{3\pi}{2} - x) - \cos(\frac{5\pi}{2} - x) + \cos(\frac{7\pi}{2} - x) =$

5) Résoudre les équations trigonométriques suivantes :
a) $\tan(2x) - 2\sin(x)\cos(x) = 0$ b) $1 + \sin(x) = \cos(2x)$

2) Données : * $\tan(x) = \frac{-5}{12}$ et $x \in \mathbb{R}$

* calculer :

a) $\cot(x) = \frac{1}{\tan(x)} = \frac{1}{\frac{-5}{12}} = \frac{12}{-5}$

b) $\sin(x) = y$ et $\cos(x) = z$:

on a : $\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)} = \frac{y}{z} = \frac{-5}{12}$

et $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow z^2 + y^2 = 1$

à résoudre :

$$\begin{cases} \frac{y}{z} = \frac{-5}{12} \\ z^2 + y^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{-5}{12} z \\ z^2 + \left(\frac{-5}{12} z\right)^2 = 1 \end{cases}$$

Coin brico : $z^2 + \left(\frac{-5}{12}\right)^2 z^2 = 1$

$\Leftrightarrow 144 z^2 + 25 z^2 = 144$

$\Leftrightarrow 169 z^2 = 144$

$\Leftrightarrow z^2 = \frac{144}{169} = \left(\frac{\pm 12}{13}\right)^2$

$\Leftrightarrow z = \pm \frac{12}{13}$

$\Leftrightarrow z = \frac{12}{13}$ et $y = \frac{-5}{12} \cdot \frac{12}{13} = \frac{-5}{13}$.

ou

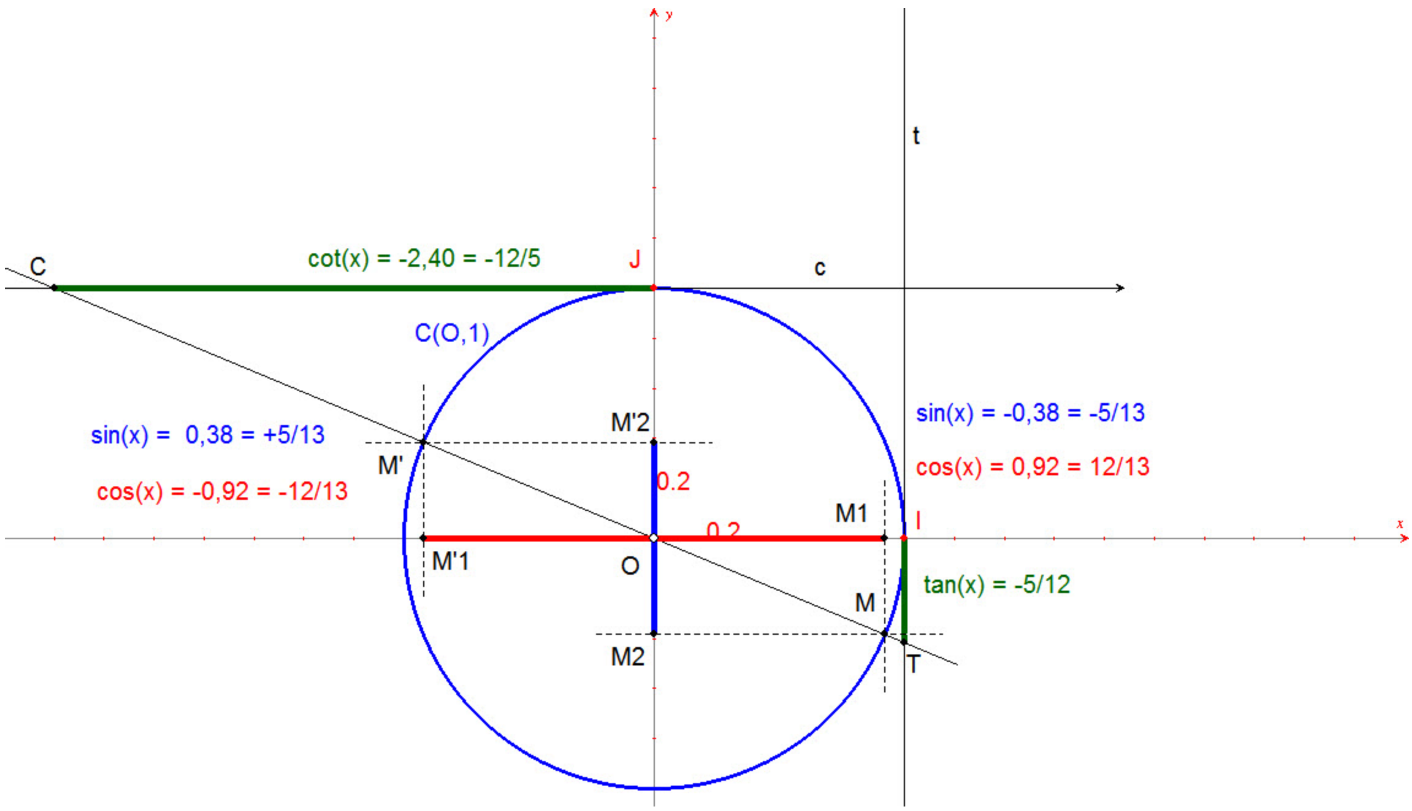
$z = \frac{-12}{13}$ et $y = \frac{-5}{12} \cdot \frac{-12}{13} = \frac{5}{13}$

réponse : $y = \sin(x) = \frac{-5}{13}$ et $z = \cos(x) = \frac{12}{13}$

ou

$y = \sin(x) = \frac{+5}{13}$ et $z = \cos(x) = \frac{-12}{13}$

Exercice 2 - figure



exercice 3

$$\cot(75^\circ) = \frac{1}{\tan(75^\circ)}$$

$$= \frac{1}{\tan(45^\circ + 30^\circ)} = \frac{1 - \tan(45^\circ)\cdot\tan(30^\circ)}{\tan(45^\circ) + \tan(30^\circ)}$$

$$= \frac{1 - 1\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}}{1 + \frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{3 - \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}} = \frac{(3 - \sqrt{3})^2}{6}$$

$$= \frac{12 - 6\sqrt{3}}{6} = 2 - \sqrt{3}$$

et $\tan(75^\circ) = \frac{1}{\cot(75^\circ)} = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} = \frac{2 + \sqrt{3}}{1} = 2 + \sqrt{3}$

3) $\sin(75°) = \sin(45° + 30°)$

$= \sin(45°)\cos(30°) + \cos(45°)\sin(30°)$

$= \dfrac{\sqrt{2}}{2} \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{\sqrt{2}}{2} \cdot \dfrac{1}{2}$

$= \dfrac{\sqrt{6}}{4} + \dfrac{\sqrt{2}}{4} = \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

4) Simplifier :

$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) - \cos\left(\frac{5\pi}{2} - x\right) + \cos\left(\frac{7\pi}{2} - x\right) =$

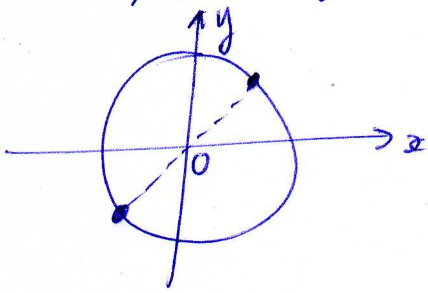
$\sin(x) + (-\sin(x)) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) =$

$0 - \sin(x) - \sin(x) =$

$-2\sin(x)$

5) Résoudre :

a) $\tan(2x) - 2\sin(x)\cos(x) = 0$ et $x \in \mathbb{R} - \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi\right\}$



$\Leftrightarrow \dfrac{\sin(2x)}{\cos(2x)} - \sin(2x) = 0$

$\Leftrightarrow \sin(2x) \cdot \left(\dfrac{1}{\cos(2x)} - 1\right) = 0$

$\Leftrightarrow \sin(2x) = 0$ ou $\dfrac{1}{\cos(2x)} = 1$

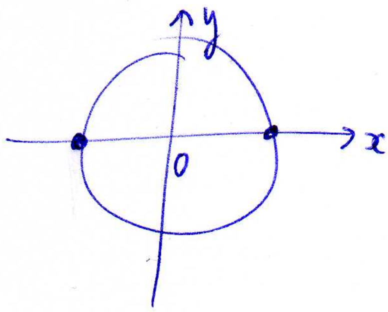
$\Leftrightarrow \sin(2x) = \sin(0)$ ou $\cos(2x) = 1 = \cos(0)$

$\Leftrightarrow 2x = 0 + k\pi$ ou $2x = 0 + k2\pi$

$\Leftrightarrow 2x = k2\pi$

$\Leftrightarrow x = k\pi$

$\Leftrightarrow x \in \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$



5) b) $1 + \sin(x) = \cos(2x)$ et $x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow 1 + \sin(x) = \cos^2(x) - \sin^2(x)$

$\Leftrightarrow \cancel{1} + \sin(x) = (\cancel{1} - \sin^2(x)) - \sin^2(x)$

$\Leftrightarrow \sin(x) = -2\sin^2(x)$

$\Leftrightarrow 2\sin^2(x) + \sin(x) = 0$

$\Leftrightarrow \sin(x) \cdot (2\sin(x) + 1) = 0$

$\Leftrightarrow \sin(x) = 0$ ou $\sin(x) = \frac{-1}{2} \left(= \sin\left(\frac{-\pi}{6}\right)\right)$

$\Leftrightarrow x = k\pi$ ou $\begin{cases} x = \frac{-\pi}{6} + k2\pi \\ \text{ou} \\ x = \pi - \left(\frac{-\pi}{6}\right) + k2\pi \end{cases}$

$\Leftrightarrow x \in \left\{ k\pi ; \frac{-\pi}{6} + k2\pi ; \frac{7\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$