

EQUATIONS PARAMÉTRIQUES D'UNE DROITE

2.47 On donne une droite d par la représentation paramétrique :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Représenter les points de d correspondant aux valeurs suivantes du paramètre k : $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$.

2.48 Les points ci-dessous appartiennent-ils à la droite d'équations

$$\text{paramétriques } \begin{cases} x = 1 - 5k \\ y = 2 + 3k \end{cases} ?$$

- 1) $A(6; -1)$ 2) $B(3; -2)$ 3) $C(1; 0)$
 4) $D(-9; 8)$ 5) $E(-6; \frac{31}{5})$ 6) $F(-\frac{3}{2}; 4)$

2.49 Trouver une représentation paramétrique et donner la pente m de la droite :

- 1) qui passe par $A(3; 5)$ et a pour vecteur directeur $\vec{d} = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$
 2) qui passe par $A(-3; -2)$ et $B(4; -5)$
 3) qui passe par $A(2; -4)$ et a pour pente $m = -\frac{3}{4}$
 4) qui passe par $A(5; 2)$ et est parallèle au segment $[BC]$,
 où $B(1; 1)$ et $C(-3; 2)$
 5) qui passe par $A(0; -2)$ et est parallèle à (OE_1)
 6) qui passe par $A(8; 12)$ et est parallèle à (OE_2) .

2.50 On donne une droite d par : $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Déterminer le point de d :

- 1) situé sur (OE_1)
 2) situé sur (OE_2)
 3) qui a une abscisse égale à 7
 4) qui a une ordonnée égale à -2
 5) dont les deux coordonnées sont égales.

2.51 On donne les points $A(1; 1)$, $B(2; 0)$ et $C(-1; 0)$.

Représenter :

- 1) la droite passant par C et de vecteur directeur $\overrightarrow{AB}$
- 2) la droite passant par A et de vecteur directeur $\overrightarrow{BC}$
- 3) la droite passant par B et de vecteur directeur $\overrightarrow{AC}$.

Donner une représentation paramétrique de chacune de ces droites.

EQUATION CARTÉSIENNE D'UNE DROITE

2.52 Trouver quelques points situés sur chacune des droites suivantes, données par leurs équations cartésiennes. Dessiner ces droites.

- | | |
|------------------------|------------------------------------|
| 1) $x + 2y - 12 = 0$ | 2) $3x - 5y + 15 = 0$ |
| 3) $4x - 3y = 0$ | 4) $2x + 5y - 9 = 0$ |
| 5) $y - 4 = 0$ | 6) $2x + 7 = 0$ |
| 7) $3,5x + 4,2y = 5,6$ | 8) $\frac{x-4}{2} = \frac{y+1}{3}$ |

2.53 Les points ci-dessous appartiennent-ils à la droite d'équation cartésienne $5x - 2y - 11 = 0$?

- | | | |
|-----------------|------------------------------------|------------------------------------|
| 1) $A(1; -3)$ | 2) $B(3; 2)$ | 3) $C(2; -4)$ |
| 4) $D(-3; -13)$ | 5) $E(\frac{1}{2}; -\frac{17}{4})$ | 6) $F(-\frac{4}{3}; -\frac{5}{6})$ |

2.54 On donne une droite d par son équation cartésienne : $2x + 5y - 20 = 0$.

Déterminer le point de d :

- 1) situé sur (OE_1)
- 2) situé sur (OE_2)
- 3) qui a une ordonnée égale à 15
- 4) qui a une abscisse égale à 3
- 5) dont les deux coordonnées sont égales
- 6) qui est situé sur la droite d'équation $3x - 2y - 11 = 0$.

2.55 Trouver l'équation cartésienne de chacune des droites données à l'exercice 2.49.

2.56 Déterminer la pente m et un vecteur directeur $\vec{d}$ des droites suivantes, données par leurs équations cartésiennes :

1) $5x - 6y - 7 = 0$

2) $x + y - 5 = 0$

3) $4x - 3y = 0$

4) $\sqrt{2}x - \sqrt{2}y + \sqrt{15} = 0$

5) $\sqrt{5}x - 4y - 5 = 0$

6) $3y - 8 = 0$

7) $x = 0$

8) $\frac{x+2}{5} = \frac{y-3}{4}$

2.57 Trouver l'équation cartésienne de la droite d donnée par un système d'équations paramétriques, dans les cas suivants :

1) $\begin{cases} x = 4 - 3k \\ y = 1 + k \end{cases}$

2) $\begin{cases} x = 7 - 4k \\ y = 3 + 5k \end{cases}$

2.58 Trouver une représentation paramétrique de chacune des droites données à l'exercice 2.56.

2.59 1) On donne une droite d par son équation cartésienne $\alpha x - y + 8 = 0$. Déterminer le nombre réel α sachant que d passe par le point $P(10; 3)$.

2) Même question pour la droite d d'équation $2x + \beta y + 5 = 0$ et le nombre réel β , sachant que d passe par le point $P(-2; 4)$.

2.60 Montrer que les équations suivantes définissent toutes la même droite.

1) $3x + 2y - 11 = 0$

2) $6x + 4y - 22 = 0$

3) $\begin{cases} x = 3 + 2k \\ y = 1 - 3k \end{cases}$

4) $\begin{cases} x = 5 - 2k \\ y = -2 + 3k \end{cases}$

5) $y = -\frac{3}{2}x + \frac{11}{2}$

6) $\frac{x-9}{-2} = \frac{y+8}{3}$

POSITION RELATIVE DE DEUX DROITES

2.61 Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles dans les cas suivants ?

1) $A(1; 1)$, $B(1; 0)$, $C(\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$, $D(\frac{1}{2}; 0)$

2) $A(1; -1)$, $B(1; 1)$, $C(-1; -\frac{1}{2})$, $D(2; 1)$

3) $A(1; -1)$, $B(2; -1)$, $C(1; -1)$, $D(2; 1)$

2.62 On donne une droite d par : $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -8 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

Déterminer des équations paramétriques des droites d' et d'' , parallèles à d , qui passent respectivement par les points $D'(3; -3)$ et $D''(\frac{5}{2}; \frac{7}{3})$.

2.63 1) Soit la droite d d'équation $2x - 3y + 7 = 0$. Déterminer l'équation cartésienne de la parallèle à d passant par le point $A(2; -5)$.

2) Même question pour la droite d d'équation $x - 2y + 4 = 0$ et le point $A(4; -10)$.

2.64 Montrer que l'équation de toute droite parallèle à la droite d'équation $ax + by + c = 0$ est de la forme $ax + by + \lambda = 0$, où $\lambda \in \mathbb{R}$.

2.65 Indiquer si les droites d et e sont sécantes, strictement parallèles ou confondues, dans les cas suivants.

1) $d : 4x - 2y - 1 = 0$ $e : -2x + y - 5 = 0$

2) $d : 3x + y - 8 = 0$ $e : 6x - 2y - 3 = 0$

3) $d : 8x - 4y - 2 = 0$ $e : -4x + 2y + 1 = 0$

4) $d : -x + 2y - 3 = 0$ $e : \begin{cases} x = -1 + 2k \\ y = 1 + k \end{cases}$

5) $d : 3x + 2y - 7 = 0$ $e : \begin{cases} x = 4 + 2k \\ y = 3 - 3k \end{cases}$

6) $d : 6x + y - 9 = 0$ $e : \begin{cases} x = 1 - k \\ y = 3 + 2k \end{cases}$

$$\begin{array}{ll}
7) \quad d : \begin{cases} x = 7 + k \\ y = 8 - k \end{cases} & e : \begin{cases} x = 5 - 3n \\ y = 10 + 3n \end{cases} \\
8) \quad d : \begin{cases} x = 4 + 2k \\ y = k \end{cases} & e : \begin{cases} x = 6 - 2n \\ y = 3 - n \end{cases} \\
9) \quad d : \begin{cases} x = 2k \\ y = 3 + 5k \end{cases} & e : \begin{cases} x = 4 + 3n \\ y = 1 - 2n \end{cases} \\
10) \quad d : \frac{x-2}{3} = \frac{y+3}{4} & e : 3x + 4y - 5 = 0.
\end{array}$$

INTERSECTIONS DE DROITES

2.66 Déterminer les points d'intersection des droites d et e , données chacune par un système d'équations paramétriques.

$$\begin{array}{ll}
1) \quad d : \begin{cases} x = 1 - 3k \\ y = 3 + 2k \end{cases} & e : \begin{cases} x = -2 + n \\ y = 1 - 2n \end{cases} \\
2) \quad d : \begin{cases} x = -2 + k \\ y = -5 + 2k \end{cases} & e : \begin{cases} x = 5 + 3n \\ y = 5 + 2n \end{cases} \\
3) \quad d : \begin{cases} x = 8 - \frac{3}{2}k \\ y = 1 + \frac{1}{2}k \end{cases} & e : \begin{cases} x = \frac{1}{2} + 3n \\ y = \frac{7}{2} - n \end{cases}
\end{array}$$

2.67 Déterminer les points d'intersection des droites d et e , données par leurs équations cartésiennes.

$$\begin{array}{ll}
1) \quad d : 4x - 3y - 6 = 0 & e : 6x + y - 20 = 0 \\
2) \quad d : 3x - 7y - 57 = 0 & e : 2x + 3y + 8 = 0 \\
3) \quad d : 4x + 5y + 33 = 0 & e : 3x - y - 56 = 0 \\
4) \quad d : 4x - 6y - 3 = 0 & e : -2x + 3y - 5 = 0 \\
5) \quad d : x - 2y + 26 = 0 & e : 5y + 8 = 0 \\
6) \quad d : 2x - 7y + 9 = 0 & e : x + 14y - 5 = 0 \\
7) \quad d : -7x - 8y + 2 = 0 & e : 4x - 3y + 4 = 0 \\
8) \quad d : 3x + 2y - 4 = 0 & e : \frac{x+3}{3} = \frac{y-6}{-4}
\end{array}$$

2.68 Déterminer les points d'intersection des droites d et e .

- | | |
|--------------------------|--|
| 1) $d : 2x - 9y - 8 = 0$ | $e : \begin{cases} x = 16 - 4k \\ y = -6 + 2k \end{cases}$ |
| 2) $d : 5x + 4y - 7 = 0$ | $e : \begin{cases} x = 7 - 4k \\ y = 1 + k \end{cases}$ |
| 3) $d : 2x + 3y + 5 = 0$ | $e : \begin{cases} x = 7 - 3k \\ y = 3 + 2k \end{cases}$ |
| 4) $d : x + y - 3 = 0$ | $e : \begin{cases} x = 1 + k \\ y = 2 + k \end{cases}$ |

2.69 Déterminer, par le dessin et par le calcul, les points d'intersection des droites (AB) et (CD) .

- 1) $A(0; 1)$, $B(0; 0)$, $C(1; 1)$, $D(-1; \frac{1}{2})$
- 2) $A(0; 1)$, $B(2; \frac{1}{2})$, $C(1; -\frac{1}{2})$, $D(0; \frac{1}{2})$
- 3) $A(\frac{1}{2}; 1)$, $B(0; \frac{1}{2})$, $C(1; 0)$, $D(-1; \frac{1}{2})$
- 4) $A(1; 0)$, $B(0; 1)$, $C(\frac{1}{2}; 1)$, $D(1; \frac{1}{2})$
- 5) $A(2; 3)$, $B(-1; 2)$, $C(-9; -3)$, $D(-7; -7)$
- 6) $A(4; 4)$, $B(5; 1)$, $C(1; -2)$, $D(-1; 4)$

2.70 Soit les points $A(0; 0)$, $B(2; 0)$, $C(1; 1)$ et $D(0; 1)$.

- 1) Déterminer le point d'intersection K des droites (AD) et (BC) et le point d'intersection L des droites (AC) et (BD) , ainsi que le milieu M du segment $[AB]$.
- 2) Montrer que les points K , L et M sont alignés.

2.71 Soit les points $A(1; 0)$, $B(\frac{3}{2}; 0)$, $C(3; 0)$, $D(0; 1)$, $E(0; 2)$ et $F(0; 3)$.

- 1) Déterminer le point d'intersection X des droites (AE) et (BD) , le point d'intersection Y des droites (AF) et (CD) et le point d'intersection Z des droites (CE) et (BF) .
- 2) Montrer que les points X , Y et Z sont alignés.

2.72 On donne les points $A(0;1)$, $B(1;2)$, $C(1;0)$ et $D(0;2)$.

- 1) Trouver le point d'intersection I des droites (AB) et (CD) .
- 2) Pour quel réel λ la droite passant par les points $P(\lambda;0)$ et $Q(1;1)$ contient-elle aussi le point I ?

2.73 On considère les points $A(0;0)$, $B(2;-1)$, $C(4;0)$, $D(5;2)$, $E(4;4)$, $F(2;5)$, $G(0;4)$ et $H(-1;2)$.

- 1) Trouver les coordonnées du milieu P de $[BD]$ et du milieu N de $[FH]$.
- 2) Calculer les coordonnées du point d'intersection M des droites (AE) et (GC) .
- 3) Les points M , N et P sont-ils alignés?

2.74 Soit A , B , C , D et E cinq points du plan tels que A , B et C sont alignés, ainsi que A , D et E . Soit F le point d'intersection des droites (BE) et (DC) , P le milieu de $[AF]$, Q le milieu de $[BD]$ et R le milieu de $[CE]$. Montrer que P , Q et R sont alignés.

2.75 1) Les supports des côtés d'un triangle sont les droites d'équations $4x + 3y - 5 = 0$, $x - 3y + 10 = 0$ et $x - 2 = 0$. Trouver les coordonnées des sommets de ce triangle.

2) Même question, les droites étant données par

$$3x + y - 11 = 0, \quad \begin{cases} x = 2 - k \\ y = 1 + k \end{cases} \quad \text{et} \quad \frac{x - 1}{2} = \frac{y - 5}{-3}.$$

2.76 On donne trois sommets consécutifs $A(1;2)$, $B(6;0)$ et $C(9;2)$ d'un parallélogramme $ABCD$. Trouver les équations des côtés et des diagonales de ce parallélogramme, ainsi que les coordonnées du quatrième sommet D .

2.77 Un parallélogramme $ABCD$ est donné par les équations de deux côtés et d'une diagonale :

$$\begin{aligned} (AB) : x - 2y - 4 &= 0 & (BC) : x + 5y + 24 &= 0 \\ (AC) : 2x + 3y + 13 &= 0 \end{aligned}$$

Trouver l'équation de la seconde diagonale et les coordonnées des sommets.