

CERCLE

4.46 Que représentent les équations ci-dessous ? Dans les cas où il s'agit d'un cercle, on en donnera le centre C et le rayon r .

- 1) $x^2 + y^2 - 16 = 0$
- 2) $x^2 + y^2 - 6y - 16 = 0$
- 3) $x^2 - 4x = 0$
- 4) $x^2 + y^2 - 10x + 8y + 5 = 0$
- 5) $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 25 = 0$
- 6) $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 25 = 0$
- 7) $4x^2 + 4y^2 + 80x + 12y + 265 = 0$
- 8) $80x^2 + 80y^2 - 120x + 80y + 17 = 0$

4.47 Déterminer l'équation du cercle

- 1) centré à l'origine et de rayon 4
- 2) de centre $C(4; -2)$ et de rayon 3
- 3) de centre $C(5; -6)$ et passant par l'origine
- 4) de centre $C(-4; 5)$ et passant par le point $A(1; 2)$
- 5) de diamètre $[AB]$, où $A(3; 2)$ et $B(-1; 6)$
- 6) centré à l'origine et tangent à la droite d'équation $3x + 4y - 15 = 0$
- 7) de centre $C(1; -1)$ et tangent à la droite d'équation $5x - 12y + 9 = 0$
- 8) passant par les points $A(3; 1)$ et $B(-1; 3)$ et ayant son centre sur la droite d'équation $3x - y - 2 = 0$
- 9) passant par les points $A(1; 0)$ et $B(5; 0)$ et tangent à la droite (OJ)
- 10) passant par les points $A(-1; 5)$, $B(-2; -2)$ et $C(5; 5)$.

- 4.48 Montrer que les cercles d'équations $x^2 + y^2 - 16x - 20y + 115 = 0$ et $x^2 + y^2 + 8x - 10y + 5 = 0$ sont tangents. Trouver le point de tangence, ainsi que l'équation de la tangente commune en ce point.
- 4.49 Déterminer l'équation du cercle circonscrit au triangle ABC , où $A(7; -1)$, $B(6; 4)$ et $C(4; -4)$.
- 4.50 Déterminer l'équation du cercle circonscrit au triangle ABC donné par les équations de ses côtés :
- $$(AB) : x - 6 = 0 \qquad (BC) : x + 2y = 0$$
- $$(CA) : x - 2y - 8 = 0$$
- 4.51 Déterminer l'équation du cercle inscrit dans le triangle ABC donné par les équations de ses côtés :
- $$(AB) : 4x + 3y - 12 = 0 \qquad (BC) : y - 2 = 0$$
- $$(CA) : x - 10 = 0$$
- 4.52 Déterminer l'équation du cercle inscrit dans le triangle ABC donné par les équations de ses côtés, ainsi que les équations des cercles exinscrits de ce triangle.
- $$(AB) : x - 1 = 0 \qquad (BC) : 3x + 4y - 31 = 0$$
- $$(CA) : 4x - 3y - 58 = 0$$
- 4.53 Déterminer les équations des cercles de rayon 5, dont les centres sont sur la droite d'équation $2x + y - 1 = 0$ et qui sont tangents à la droite d'équation $3x + 4y - 34 = 0$.
- 4.54 On donne deux droites d_1 et d_2 , ainsi qu'un point T . Vérifier que le point T appartient à la droite d_1 et trouver les équations des cercles tangents à d_1 en T et tangents à d_2 .
- $$1) \quad d_1 : 3x - 4y + 19 = 0 \qquad d_2 : 4x + 3y - 58 = 0 \qquad T(3; 7)$$
- $$2) \quad d_1 : 5x - y - 17 = 0 \qquad d_2 : x - 5y - 5 = 0 \qquad T(4; 3)$$
- 4.55 Déterminer les équations des cercles centrés sur la droite d et tangents aux droites a et b .
- $$1) \quad d : 3x + 7y - 39 = 0$$
- $$a : 3x - 4y + 12 = 0 \qquad b : x = 0$$
- $$2) \quad d : 4x - 5y - 3 = 0$$
- $$a : 2x - 3y - 10 = 0 \qquad b : 3x - 2y + 5 = 0$$

4.56 Déterminer les équations des cercles tangents aux deux droites d_1 et d_2 et passant par le point A .

1) $d_1 : x - 2y + 2 = 0$ $d_2 : 2x - y - 17 = 0$ $A(6; -1)$

2) $d_1 : 2x + y + 2 = 0$ $d_2 : 2x + y - 18 = 0$ $A(1; 0)$

3) $d_1 : 4x + 3y - 36 = 0$ $d_2 : 3x - 4y + 23 = 0$ $A(-1; -3)$

4.57 On donne deux droites a et b et un nombre positif r . Trouver les équations de tous les cercles de rayon r tangents à la fois à a et à b .

1) $a : 4x + 3y - 12 = 0$ $b : y = 0$ $r = 2$

2) $a : 3x - 4y + 12 = 0$ $b : 12x + 5y - 15 = 0$ $r = 3$

4.58 Soit le cercle d'équation $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 11 = 0$. Trouver l'équation du diamètre passant par le milieu de la corde située sur la droite d'équation $x - 2y - 3 = 0$.

4.59 Trouver les coordonnées des points d'intersection de la droite d'équation $7x - y + 12 = 0$ et du cercle d'équation $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 25$.

4.60 Pour quelles valeurs de m la droite d'équation $y = mx$

1) coupe-t-elle le cercle d'équation $x^2 + y^2 - 10x + 16 = 0$?

2) est-elle tangente à ce cercle ?

4.61 Déterminer l'équation du cercle qui passe par le point $A(1; -1)$ et par les points d'intersection des cercles d'équations

$x^2 + y^2 + 2x - 2y - 23 = 0$ et $x^2 + y^2 - 6x + 12y - 35 = 0$.

4.62 Calculer la plus courte distance du point $P(-7; 2)$ au cercle d'équation $x^2 + y^2 - 10x - 14y - 151 = 0$.

4.63 Trouver l'équation du cercle Γ passant par trois points A , B et C donnés. Déterminer les coordonnées du point P d'intersection de la bissectrice intérieure issue du sommet A du triangle ABC et de la médiatrice du côté $[BC]$. Montrer que P appartient au cercle Γ .

- | | | | |
|----|------------|------------|-------------|
| 1) | $A(4; 6)$ | $B(5; -1)$ | $C(-3; -1)$ |
| 2) | $A(-2; 0)$ | $B(6; 0)$ | $C(-1; -1)$ |

4.64 On donne les sommets $A(-1; -10)$, $B(-9; 6)$ et $C(5; 8)$ d'un triangle.

- 1) Trouver l'équation du cercle Γ passant par les milieux A' , B' et C' de $[BC]$, $[CA]$ et $[AB]$ respectivement.
- 2) Chercher les coordonnées des pieds H_A , H_B et H_C des hauteurs issues de A , B et C respectivement et montrer que le cercle Γ passe par H_A , H_B et H_C .
- 3) Déterminer les coordonnées de l'orthocentre H du triangle ABC , ainsi que celles des milieux R , S et T de $[HA]$, $[HB]$ et $[HC]$ respectivement. Montrer que R , S et T appartiennent aussi au cercle Γ .

4.24 Calculer la distance du point P à la droite d dans les cas suivants.

- | | |
|----------------|--|
| 1) $P(3; -2)$ | $d : 4x + 3y + 9 = 0$ |
| 2) $P(-2; -4)$ | $d : 5x - 12y - 12 = 0$ |
| 3) $P(-2; 3)$ | $d : 6x - 8y - 4 = 0$ |
| 4) $P(3; -5)$ | $d : 2x - 7y + 8 = 0$ |
| 5) $P(2; 1)$ | $d : \frac{3}{5}x - \frac{4}{5}y - 1 = 0$ |
| 6) $P(4; -3)$ | $d : 2x - 5y = 0$ |
| 7) $P(5; 9)$ | $d : \begin{cases} x = 5 + 5k \\ y = 4 - 2k \end{cases}$ |

4.25 On donne un sommet $A(-2; 1)$ d'un rectangle. Deux de ses côtés se trouvent sur les droites d'équations $3x - 2y - 5 = 0$ et $2x + 3y + 7 = 0$. Calculer l'aire de ce rectangle.

- 4.26** 1) Calculer les longueurs des hauteurs du triangle déterminé par les droites d'équations $2x - y + 1 = 0$, $x - 2y - 4 = 0$ et $x + y - 4 = 0$. Calculer l'aire de ce triangle.
- 2) Même question, avec les droites d'équations $2x + 3y = 0$, $x + 3y + 3 = 0$ et $x + y + 1 = 0$.

4.27 Trouver les équations des droites passant par le point $A(1; 1)$ et dont la distance au point $B(-6; 2)$ est égale à 5.

4.28 Déterminer les équations des droites passant par le point $A(2; 3)$ et équidistantes des points $B(10; 2)$ et $C(0; -4)$.

4.29 Calculer la distance des deux droites parallèles d_1 et d_2 :

- | | |
|-----------------------------|-------------------------|
| 1) $d_1 : 3x + 4y - 13 = 0$ | $d_2 : 3x + 4y - 3 = 0$ |
| 2) $d_1 : x - 2y + 9 = 0$ | $d_2 : x - 2y - 1 = 0$ |

4.30 Trouver l'équation de la droite située à égale distance des deux droites parallèles d_1 et d_2 :

1) $d_1 : 5x + 2y - 3 = 0$ $d_2 : 5x + 2y - 9 = 0$

2) $d_1 : 2x - 9y + 4 = 0$ $d_2 : 2x - 9y - 6 = 0$

4.31 Déterminer les équations des droites situées à une distance 3 de la droite d'équation $4x - 3y - 8 = 0$.

4.32 Trouver le symétrique du point $A(8; 2)$ par rapport à la droite d'équation $x + y - 1 = 0$.

4.33 On donne un triangle par les équations de ses côtés :

$a : 5x - 12y + 7 = 0$ $b : x + 21y - 22 = 0$

$c : 4x - 33y + 146 = 0$.

Calculer la distance du centre de gravité du triangle à la droite a .

BISSECTRICES

4.34 Déterminer les équations des bissectrices des droites d'équations :

$x - 3y + 8 = 0$ et $3x - y - 1 = 0$.

4.35 Trouver l'équation de la bissectrice de l'angle contenant le point $A(4; 1)$ et formé par les droites d'équations $x - 2y - 4 = 0$ et $2x + 4y - 1 = 0$.

4.36 Trouver l'équation de la bissectrice de l'angle aigu formé par les droites d'équations $3x + 4y - 1 = 0$ et $5x + 12y - 2 = 0$.

4.37 Déterminer l'ensemble des points du plan qui sont équidistants des deux droites d_1 et d_2 , dans les cas suivants.

1) $d_1 : 20x + 21y - 19 = 0$ $d_2 : 7x - 24y - 38 = 0$

2) $d_1 : 2x - 3y + 6 = 0$ $d_2 : 4x - 6y - 5 = 0$

4.38 Les côtés d'un triangle ABC sont donnés par les droites

$$(AB) : x + y - 5 = 0$$

$$(BC) : x + 7y - 7 = 0$$

$$(CA) : 7x + y + 14 = 0$$

- 1) Trouver l'équation de la bissectrice intérieure de l'angle en B .
- 2) Trouver l'équation de la bissectrice extérieure de l'angle en C .

4.39 Deux droites d_1 et d_2 ont pour bissectrice la droite d'équation $3x - 2y + 16 = 0$. Trouver l'équation de d_1 , connaissant l'équation de $d_2 : x - 2y + 8 = 0$.

4.40 Trouver les équations des bissectrices intérieures d'un triangle dont on donne les équations des côtés :

$$a : 4x - 3y = 0$$

$$b : 5x - 12y - 11 = 0$$

$$c : 12x - 5y - 32 = 0$$

Calculer les coordonnées de leur point commun.

4.41 On donne un triangle ABC par les équations de ses côtés :

$$(AB) : 3x + 4y - 12 = 0$$

$$(BC) : 3x - 4y = 0$$

$$(CA) : 4x + 3y + 24 = 0$$

Trouver l'équation de la bissectrice de l'angle intérieur en B et celles des bissectrices des angles extérieurs en C et en A . Calculer les coordonnées du point commun de ces bissectrices.

4.42 On donne trois droites a , b et c . Déterminer les équations des bissectrices intérieures, le centre I et le rayon ρ du cercle inscrit dans le triangle dont ces droites sont les côtés.

$$1) \quad a : x - 8 = 0$$

$$b : 3x - 4y + 56 = 0$$

$$c : 4x + 3y + 58 = 0$$

$$2) \quad a : 4x - 3y + 24 = 0$$

$$b : 12x + 5y - 33 = 0$$

$$c : 3x + 4y + 11 = 0$$

$$3) \quad a : x + y - 4 = 0$$

$$b : 7x + y + 2 = 0$$

$$c : x - 7y - 12 = 0$$

$$4) \quad a : 4x - 3y - 65 = 0$$

$$b : 7x - 24y + 55 = 0$$

$$c : 3x + 4y - 5 = 0$$