

# Définition mathématique et physique d'une conique

## Historique

Les coniques apparaissent en quantité dans la nature. Lorsque le gardien dégage le ballon (parabole), la coupe d'un tunnel de métro (ellipse), l'onde de choc limite produite par un avion sur la Terre (hyperbole), la trajectoire d'une météorite autour d'un astre... On peut trouver des quantités d'exemples dans la réalité.



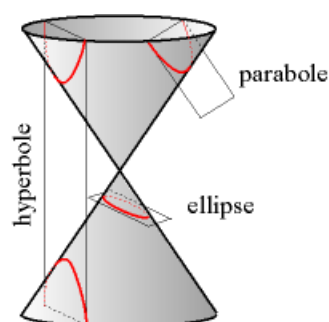
Les coniques<sup>1</sup> se définissent comme l'intersection d'un plan et d'un cône. Le premier à avoir élaboré cette théorie est sans doute Menechme. Il distinguait trois sortes de coniques en tant qu'intersections d'un cône d'ouverture  $\theta$  et d'un plan perpendiculaire à une de ses génératrices. Les trois possibilités étant les suivantes :

Ellipse si  $\theta$  était aigu.

Parabole si  $\theta$  était droit.

Hyperbole si  $\theta$  était obtus.

Remarque :  $\theta$  se calcule par rapport à l'horizontale.



Ces travaux seront suivis et l'excentricité d'une conique sera le nom dérivé de ces recherches.

---

<sup>1</sup> <http://www.mathcurve.com/courbes2d/conic/conic.shtml>



Ensuite vinrent les travaux d'Apollonius de Perge, mathématicien et astronome grec. Il est à l'origine lui-aussi d'un traité complet et de très beaux résultats sur les sections coniques, intersections d'un plan et d'un cône.

Finalement, ces recherches ont été complétées par des mathématiciens comme Archimède ou Kepler etc...

### **Définition étymologique**

**La Parabole** vient de *parabolê*, *para* = à côté et *ballein* = lancer, jeter. La parabole correspond donc à la trajectoire d'un projectile lancé et retombant à terre.

**L'Hyperbole** vient de *hyperbolê*, *hyper* = au-delà et *ballein* = lancer, soit : jeter au-delà de toute limite. . De plus, *hyperballein* signifie aussi excéder, dépasser. Ainsi *hyperbole* apparaît antinomique à *ellipse*.

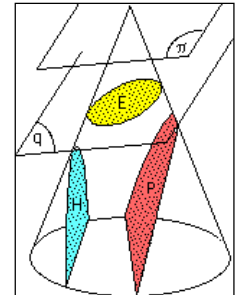
**Ellipse** vient du grec *ellipsis* = déficient, defectueux. Pour Apollonius, cela correspond dans ses travaux, basés sur des considérations d'aires, à une caractéristique fondamentale : ce qu'on appelle depuis Kepler, l'excentricité. Elle est inférieure à 1 pour l'ellipse (déficiente) et supérieure à 1 pour l'hyperbole (excédente).

Le cas de la parabole est particulier : son excentricité est 1. Apollonius qui a étudié l'ellipse et l'hyperbole sous un autre angle : celui des foyers (le terme est de Kepler) symétriques par rapport à leur centre, ne dit rien à propos de la parabole.

# Cours sur les coniques

**PAPPUS** d'Alexandrie (grec, vers 300-360) dans un traité de huit volumes (le premier ne nous est pas parvenu) intitulé "Collection mathématique", fait état des connaissances de la mathématique grecque de son époque en y ajoutant des compléments. C'est grâce à Pappus que de nombreux travaux de mathématiciens grecs nous sont connus. Il s'intéressa aussi aux **coniques** reprenant des travaux d'**Apollonios** (Apollonius de Perge) et de Dioclès.

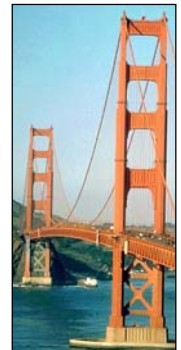
**Théorème d'Apollonius** : considérons un cône de révolution (ci-contre) et soit (p) le plan passant par le sommet du cône, parallèle au plan de section (q). Selon que (p) contient 0, 1 ou 2 génératrices, on obtient une ellipse (E) ou un cercle, une parabole (P) ou une hyperbole (H). En dehors du cercle, déjà bien connu, c'est à Apollonius que l'on doit ces appellations :



- **Parabole** : ( du grec *parabolê* , para = à côté et *ballein* = lancer, jeter ).

La parabole correspond à la trajectoire d'un projectile lancé et retombant à terre. Le terme est d'Apollonius de Perge.

Applications : mécanique, cinématique, chute des corps (Galilée), balistique (mouvement des projectiles), équation horaire des mobiles soumis à une accélération uniforme, astronomie (trajectoire apparente de certaines comètes n'appartenant pas au système solaire), cables des tabliers de ponts suspendus.(photo ci-contre)



le pont suspendu de San Francisco

- **Ellipse** : ( du grec *ellipsis* = déficient, défectueux).

Pour Apollonius, cela correspond dans ses travaux, basés sur des considérations d'aires, à une caractéristique fondamentale : ce qu'on appelle depuis Kepler, l'excentricité. Elle est inférieure à 1 pour l'ellipse (déficiente) et supérieure à 1 pour l'hyperbole (excédente).



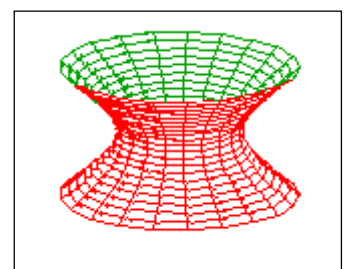
Le colisée de Rome

**Hyperbole** : ( du grec *hyperbolê*, hyper = au-delà et *ballein* = lancer, jeter au-delà de toute limite).

De plus, *hyperballein* signifie aussi excéder, dépasser : ainsi, hyperbole apparaît antinomique à ellipse.

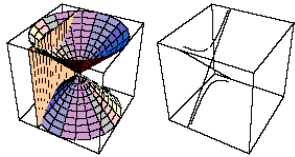


Tour d'une usine chimique

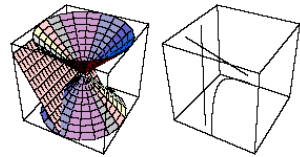


(hyperboloïde de révolution)

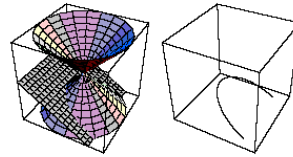
**Définitions globales des coniques :** Les coniques [ l'hyperbole, l'ellipse (*dont le cercle peut être considéré comme un cas particulier*) ] et la parabole, ont été découvertes par les mathématiciens grecs en tant qu'intersection d'un cône par un plan (du grec kônos).



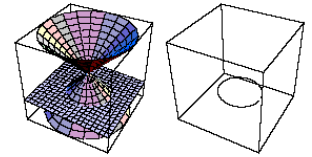
Hyperbole (2 branches visible)



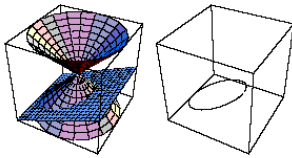
Hyperbole (1 branche visible)



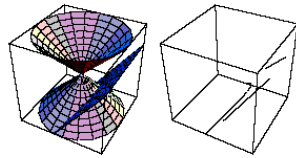
Parabole



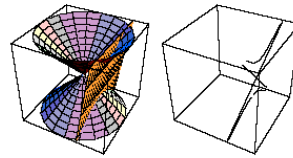
Cercle



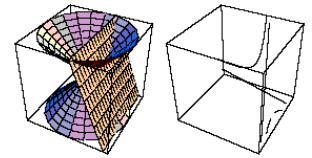
Ellipse



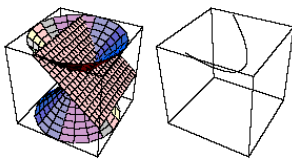
Parabole



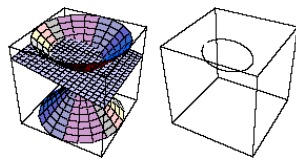
Hyperbole



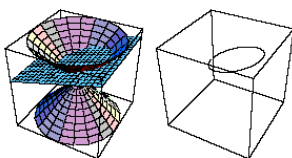
Hyperbole



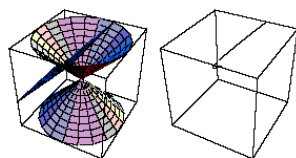
Parabole



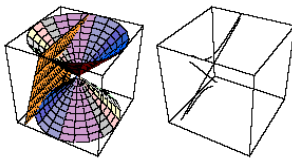
Ellipse



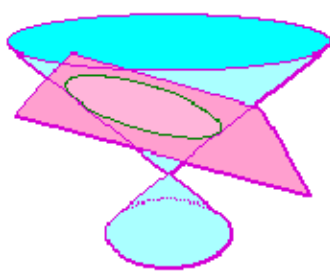
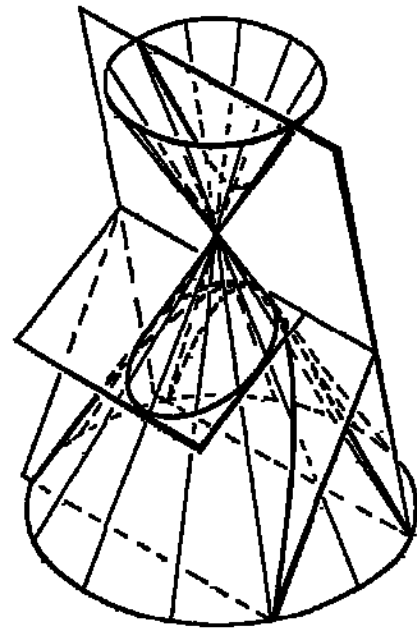
Ellipse



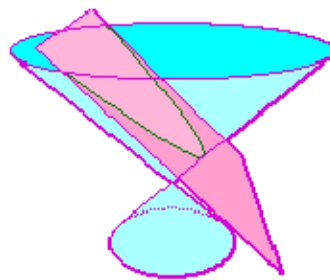
Parabole



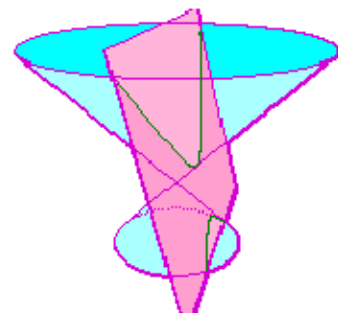
Hyperbole



Ellipse



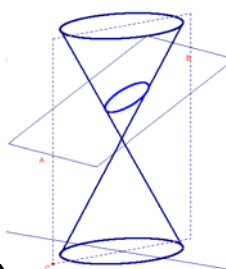
Parabole



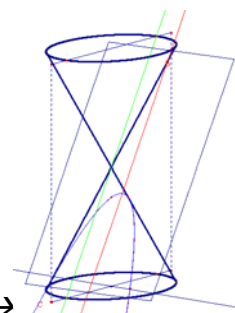
Hyperbole

Voir l'adresse suivante :

<http://www.cabri.net/abracadabri/Coniques/MAcosta/CnkSectionPlane.html>



Cliquer sur la figure →



Cliquer sur la figure →