

* Fonction $n=1$:

$$f_1(x) = \frac{1}{8} (x^4 - 6x^3 + 12x^2)$$

① Domaine: $D_{f_1} = \mathbb{R}$ car $f_1(x)$ est un polynôme

② Parité: * D_{f_1} est symétrique

* f_1 n'est ni paire ni impaire:

contre-exemple: $f_1(1) = \frac{7}{8}$

et $f_1(-1) = \frac{19}{8}$

On a $f_1(1) \neq f_1(-1)$ donc f pas paire

et $f_1(-1) \neq -f_1(1)$ donc f pas impaire.

③ Asymptotes: * verticales: aucune car $D_{f_1} = \mathbb{R}$
* aux infinis: aucune f_1 est une fonction polynôme

④ Dérivée première:

$$\begin{aligned} * f'_1(x) &= \left(\frac{1}{8} (x^4 - 6x^3 + 12x^2) \right)' = \frac{1}{8} (4x^3 - 18x^2 + 24x) \\ &= \frac{1}{4} (2x^3 - 9x^2 + 12x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * f'_1(x) = 0 &\Leftrightarrow 2x^3 - 9x^2 + 12x = 0 \\ &\Leftrightarrow x(2x^2 - 9x + 12) = 0 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } 2x^2 - 9x + 12 = 0$$

$$\Delta = 81 - 96 = -15 < 0 \text{ et } x \in \emptyset$$

$$\Leftrightarrow x \in \{0\}$$

* signes de $f'_1(x)$: $f'_1(x) = \frac{1}{4} x \cdot \underbrace{(2x^2 - 9x + 12)}_{>0 \text{ car } \Delta < 0}$
(>0)

où $\begin{array}{c|ccc} x & -\infty & 0 & +\infty \\ f'_1(x) & - & 0 & + \end{array} \mathbb{R}$

⑤ Dérivée seconde:

$$\begin{aligned} f''_1(x) &= \left(f'_1(x) \right)' = \left(\frac{1}{4} (2x^3 - 9x^2 + 12x) \right)' \\ &= \frac{1}{4} (6x^2 - 18x + 12) = \frac{6}{4} (x^2 - 3x + 2) = \frac{3}{2} (x-1)(x-2) \end{aligned}$$

$$* f''_1(x) = 0 \Leftrightarrow x \in \{1, 2\}$$

* signes de $f''_1(x)$: $\begin{array}{c|cccc} x & -\infty & 1 & 2 & +\infty \\ f''_1(x) & + & 0 & - & 0 & + \end{array} \mathbb{R}$

⑥ Tableau des variations:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
$f'_1(x)$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$f''_1(x)$	$+$	$+$	0	$-$	$+$
$f_1(x)$	$+\infty$	$\lim_{x \rightarrow 0} +$	$\nearrow$	$\searrow$	$+\infty$

$\nearrow$ P.I. $\searrow$ P.I. $\nearrow$ P.I.

$$* \lim_{x \rightarrow -\infty} f_1(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{8}(x^4) = +\infty$$

⑦ Points particuliers :

* Intersection avec O_y : $f_1(0) = 0$ donc $O(0,0) \in \Gamma_{f_1}$

* Intersection avec O_x : $f_1(x) = 0$

$$\Leftrightarrow x^4 - 6x^3 + 12x^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2(x^2 - 6x + 12) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \quad \text{ou} \quad x^2 - 6x + 12 = 0$$

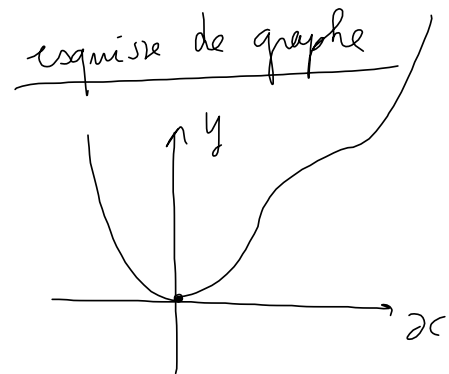
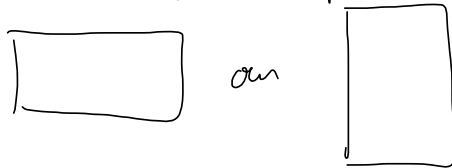
$$\text{et } \Delta = 36 - 48 = -12 < 0 \text{ et } x \in \emptyset$$

$$\Leftrightarrow x \in \{0\}$$

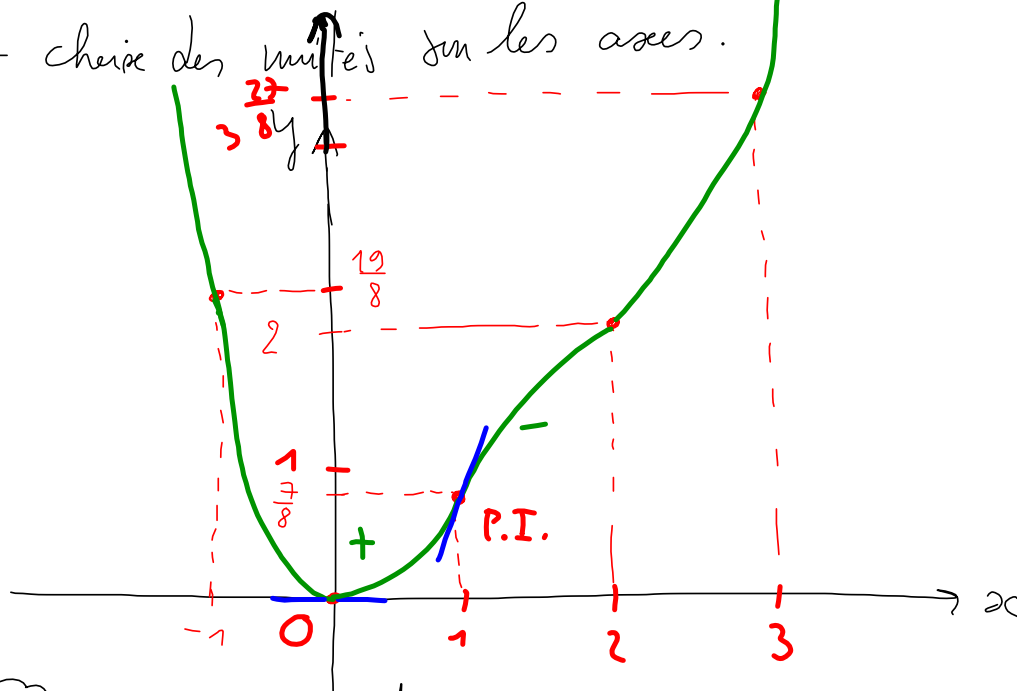
* Points d'inflexion: $f_1(1) = \frac{7}{8}$
 $f_1(2) = 2$

⑧ Graphique de f :

- * choix de la position de la feuille :
- format paysage ou portrait



- choix des axes ?
- choix des unités sur les axes.



⑨ Points supplémentaires :

x	-1	3
$f_1(x)$	$\frac{19}{8}$	

$$f_1(-1) = \frac{19}{8} = 2 + \frac{3}{8}$$

$$f_1(3) = \frac{1}{8} (81 - 162 + 108)$$

$$= \frac{27}{8} = 3 + \frac{3}{8}$$

