

fonction n°6 : $f_6(x) = x\sqrt{1-x}$

① Domaine : $D_{f_6} =]-\infty, 1]$ car $1-x \geq 0$
 $\Leftrightarrow 1 \geq x$

② Parité : aucune car

D_{f_6} non symétrique car $2 \notin D_{f_6}$ et $-2 \in D_{f_6}$

③ Asymptotes : * verticale : aucune car $D_{f_6} =]-\infty, 1]$

* asymptote affine si $x \rightarrow -\infty$:

$$m = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f_6(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x\sqrt{1-x}}{x} = +\infty$$

donc aucune asymptote affine.

④ Dérivée première :

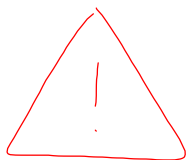
$$\begin{aligned} f_6'(x) &= (x\sqrt{1-x})' = 1\sqrt{1-x} + x \cdot \frac{-1}{2\sqrt{1-x}} \\ &= \frac{2(\sqrt{1-x})^2 - x}{2\sqrt{1-x}} = \frac{2(1-x) - x}{2\sqrt{1-x}} \\ &= \frac{-3x+2}{2\sqrt{1-x}} \quad (>0) \end{aligned}$$

$$f_6'(x) = 0 \Leftrightarrow -3x+2=0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2}{3} \in D_{f_6}$$

et les signes de $f_6'(x)$:

x	$-\infty$	$\frac{2}{3}$	1	$+\infty$
$f_6'(x)$	+	0	-	-



$$f_6'(1) \notin \mathbb{R}$$

$$\text{en fait : } \lim_{x \rightarrow 1^-} f_6'(x) = \frac{-1}{0_+} = -\infty$$

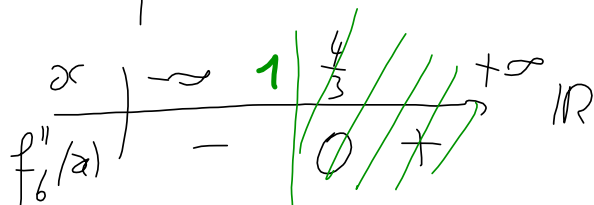
donc la tangente à f_6 en $(1,0)$
est verticale.

(5) Dérivée seconde :

$$\begin{aligned}
 f_6''(x) &= \left(\frac{-3x+2}{2\sqrt{1-x}} \right)' = \frac{1}{2} \left(\frac{-3x+2}{\sqrt{1-x}} \right)' \\
 &= \frac{1}{2} \frac{(-3)\sqrt{1-x} - (-3x+2) \left(\frac{-1}{2\sqrt{1-x}} \right)}{(\sqrt{1-x})^2} \\
 &= \frac{1}{2} \frac{-3 \cdot 2(\sqrt{1-x})^2 + (-3x+2)}{(1-x) \cdot 2\sqrt{1-x}} = \frac{1}{2} \frac{-6(1-x) - 3x + 2}{(1-x) 2\sqrt{1-x}} \\
 &= \frac{1}{2} \frac{3x - 4}{\underbrace{(1-x)}_{>0} \underbrace{2\sqrt{1-x}}_{>0}}
 \end{aligned}$$

* $f_6''(x) = 0 \Leftrightarrow 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4}{3} \notin D_{f_6}$

* Signes de $f_6''(x)$ sont ceux de $(3x-4)$:



(6) Tableau des variations

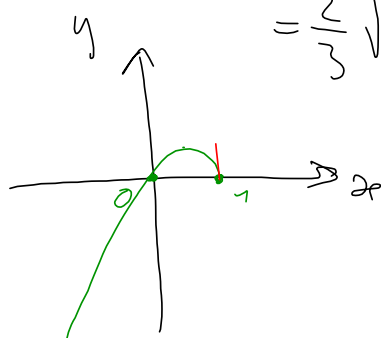
x	$-\infty$	$\frac{2}{3}$	1
$f'_6(x)$	+	0	-
$f''_6(x)$	-		-
$f_6(x)$			

$-\infty$ ↗ ↘ 0
Max

* Maximum: $f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{2}{3} \sqrt{1 - \frac{2}{3}}$

$= \frac{2}{3} \sqrt{\frac{1}{3}} \simeq 0,38$

* Esquisse:



(7) Pts part.

* Int. avec $(0,3)$:

$$f(0) = 0$$

donc $O(0,0)$

$$\in \uparrow f_6$$

* Int. avec $(0,1)$

$$f(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow x \sqrt{1-x} = 0$$

$$\Leftrightarrow x=0 \text{ ou } x=1$$

$$\text{et } A(1,0) \in \uparrow f_6$$

