

Exercice 7.2 : Quelle est la valeur minimale du produit de deux nombres si leur différence est égale à 12? $a \in \mathbb{R}_+^*$

Données :

- * constante : a , $a \in \mathbb{R}_+^*$
- * la variable : x : l'un des 2 nombres le plus grand
- * la fonction : produit : $p = x \cdot y$
- * paramètre : y : l'autre nombre

* Résolution : Il faut exprimer le paramètre y en fonction de la variable x et de la constante a :

$$x - y = a \Leftrightarrow y = x - a$$

$$\text{d'où } p = x \cdot y \Leftrightarrow p(x) = x \cdot (x - a) = x^2 - ax$$

* Étude de la fonction produit : $p(x) = x^2 - ax$

$$\text{Soit } p'(x) = 2x - a$$

puis : les zéros et signes de $p'(x)$:

<u>Tableau :</u>	x	$-\infty$	$\frac{a}{2}$	$+\infty$
	$p'(x)$	-	0	+
	$p(x)$			

* Réponse : le produit est minimum en $x = \frac{a}{2}$.

$$\text{Il vaut alors } p\left(\frac{a}{2}\right) = \left(\frac{a}{2}\right)^2 - a\left(\frac{a}{2}\right) = \frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{2} = -\frac{a^2}{4}$$

application num : si $a = 12$:

$$\text{alors } x = 6 \text{ et } y = -6 \text{ et } p = -36.$$