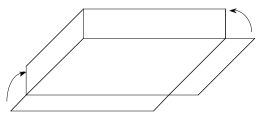
Exercice 7.1 : On enlève un carré à chaque coin d'une pièce de carton rectangulaire de 22 cm x 18 cm et on relève ensuite les rectangles latéraux pour former une boîte sans couvercle. Quelle doit être la dimension des 4 carrés enlevés pour obtenir la boîte de volume maximale ?

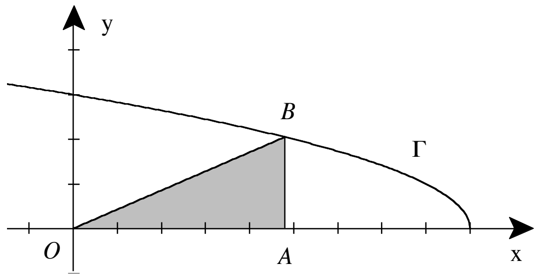


Exercice 7.2 : Quelle est la valeur minimale du produit de deux nombres si leur différence est égale à 12 ?

Exercice 7.3 : On veut clôturer un pâturage de forme rectangulaire devant avoir une superficie d'un kilomètre carré.

Le pâturage est borné par une route rectiligne sur l'un de ses côtés. Pour clôturer le long de la route, il en coûte 500.- fr. le km, clôturer les autres côtés revient à 300.- fr. le km. Quelles sont les dimensions du pâturage qui minimisent les coûts ?

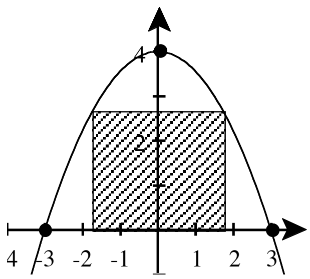
Exercice 7.4 : On considère le triangle rectangle OAB situé dans le premier quadrant dont le point B parcourt la courbe Γ d'équation $y = \sqrt{9 - x}$



Déterminer les coordonnées du point A pour que l'aire du triangle soit maximale.

Exercice 7.5 : Soit la parabole de sommet $S(0\ ;4)$. Le rectangle hachuré a une aire maximale.

Quelles sont ses dimensions ?



Exercice 7.6 : On considère le triangle $A(3\ ;\ 0)$, $B(-3\ ;\ 0)$, $C(0\ ;\ 6)$. On inscrit dans ce triangle un rectangle $PQRS$ dont le côté PQ s'appuie sur AB. Déterminer pour quelle abscisse de P le rectangle ainsi construit a une aire maximale.

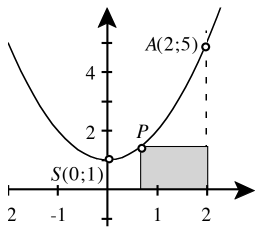
Exercice 7.7 : Trouver les points de la courbe $y = x^2 - 9$ dont la distance à l'origine est minimale.

Exercice 7.8 : Déterminer, pour un volume donné de $V = 1{,}75$ dm^3, les dimensions de la boîte cylindrique qui utilise le minimum de matière première.

Exercice 7.9 : Soit ABC est un triangle isocèle tel que $AB = AC = 5$ cm et $BC = 6$ cm. M est un point de AB. La parallèle à BC passant par M coupe AC en N; la parallèle à AB passant par N coupe BC en P. On pose $AM = x$.

a) Pour quelle valeur de x l'aire du parallélogramme $MNPB$ est-elle maximum ?
b) Pour quelle valeur de x le parallélogramme $MNPB$ est-il un losange ?

Exercice 7.10 :



a) Déterminer l'équation de la parabole.

b) Pour quel point $P(x\,;\,y)$ de la parabole l'aire du rectangle grisé est-elle maximale ?

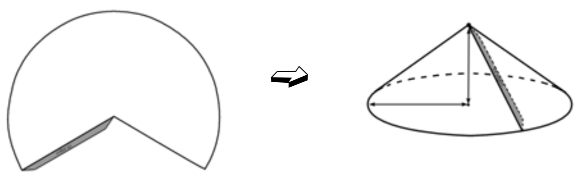
$$0 \leq x \leq 2$$

c) Calculer l'aire maximale du rectangle grisé.

Exercice 7.11 : Une feuille de papier doit contenir 600 cm^2 de texte imprimé. Les marges supérieure et inférieure doivent avoir 5 cm chacune, et celles de côté 3 cm chacune. Déterminer les dimensions de la feuille pour lesquelles il faudra un minimum de papier.

Exercice 7.12 : Le propriétaire d'un champ estime que s'il plante 60 poiriers, le rendement moyen sera de 480 poires par arbre et que ce rendement diminuera de 5 poires par arbre pour chaque poirier additionnel planté dans le champ. Combien le propriétaire devrait-il planter de poiriers pour que le rendement du verger soit maximal?

Exercice 7.13 : On dispose d'un disque en carton flexible de rayon 10 cm, d'une paire de ciseaux et d'un tube de colle. Si l'on découpe un secteur du disque, on peut replier la partie restante et coller ensemble les arêtes découpées. On obtient ainsi un cône de révolution (voir figures).
Parmi tous les cônes possibles, fabriqués selon ce procédé, il en est un dont le volume est maximal. Calculer sa hauteur.

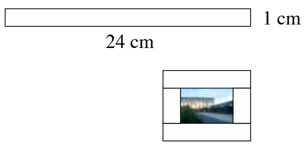


Exercice 7.14 : On fait tourner un rectangle de périmètre 60 cm autour de

l'un de ses axes de symétrie. Déterminer les dimensions du rectangle pour que le corps de révolution ainsi obtenu ait:
a) le plus grand volume
b) la plus grande aire latérale
c) la plus grande aire totale

Exercice 7.15 : Un ébéniste veut fabriquer un tiroir dont la profondeur, du devant à l'arrière, est de 40 cm et dont le volume est de 10'000 cm^3. Si le devant du tiroir coûte 0,08 Fr par cm^2 et que le reste du tiroir coûte 0,04 Fr par cm^2.
Quelles doivent être les dimensions du tiroir pour que le coût de fabrication soit minimal ?

Exercice 7.16 : Un photographe désire fabriquer un cadre pour une photo rectangulaire à partir d'une planche de 24 cm de long et 1 cm de large. Comment devra-t-il couper cette planche pour que l'aire intérieure du cadre soit maximale ?



Exercice 7.17 : Un camion doit effectuer régulièrement un trajet de 1'500 km. Lorsqu'il roule à la vitesse moyenne v, exprimée en km/h, sa consommation $C(v)$, exprimée en litres pour 100 km, est donnée par la relation :

$$C(v) = \frac{600}{v} + \frac{v}{3}.$$

Le salaire horaire du chauffeur est de 26 francs et le litre de gasoil coûte 2 francs.

a) Montrer que le prix de revient du voyage $P(v)$ peut s'exprimer en francs sous la forme $P(v) = \frac{57000}{v} + 10v$.

b) Quelle doit être la vitesse moyenne v pour minimiser le prix de revient du voyage ?

Pause sourire: Lors d'un grand jeu télévisé, les trois concurrents se trouvent être un ingénieur, un physicien et un mathématicien. Ils ont une épreuve à réaliser. Cette épreuve consiste à construire une clôture tout autour d'un troupeau de moutons en utilisant aussi peu de matériel que possible.
L'ingénieur fait regrouper le troupeau dans un cercle, puis décide de construire une barrière tout autour.
Le physicien construit une clôture d'un diamètre infini et tente de relier les bouts de la clôture entre eux jusqu'au moment où tout le troupeau peut tenir dans le cercle.
Voyant ça, le mathématicien construit une clôture autour de lui-même et se définit comme étant à l'extérieur.