

Examen de mathématique

(Les limites-1)

1) Compléter avec le cours :

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty \Leftrightarrow \dots$

b) $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell \Leftrightarrow \dots$

2) Démontrer que la limite d'une suite est unique (poser $\boxed{H}$, $\boxed{T}$, $\boxed{D}$)

3) Démontrer à partir de la définition de la limite d'une suite :

$\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0$, si $0 < q < 1$ (poser $\boxed{H}$, $\boxed{T}$, $\boxed{D}$)

4) Calculer les limites suivantes :

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 7x + 10}$

b) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 7x + 10}$

c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x} - 2}{\sqrt{x+1} - \sqrt{2x-1}}$

d) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + x^2 - 8x - 12}{x^4 + 4x^3 + 7x^2 + 12x + 12}$

e) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x - 2|}{-x^2 - 2x + 8}$

f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \sin x} - \sqrt{1 - \sin x}}{x}$

g) $\lim_{x \rightarrow +\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos(2x)}{1 - \sin(x)}$

Pour chaque limite on demande de bien détailler les étapes de calculs et de préciser clairement quand une limite de référence est utilisée.